
2.2.1 Modellkísérletek

A hajók haladásával szembeni ellenállás, amelyet a víz fejt ki a mozgás ellenében, olyan kérdés, amely már a géphajózás kora előtt is foglalkoztatta a hajók elméletével foglalkozó szakembereket. A legkisebb ellenállású hajótest kialakítására irányuló törekvés központi helyet foglalt el a hajótervezők agyában. Már a tizenkilencedik század elejétől kezdve próbálta sok élenjáró és nem annyira élenjáró elméleti és gyakorlati szakember megtalálni azokat a hidrodinamikai törvényszerűségeket, amelyek lehetővé tették volna számukra, hogy kiszámíthassák a vízben mozgó hajótest ellenállását, és azt összefüggésbe hozni a hajótest jellemzőivel. Annak ellenére, hogy számos elmélet látott napvilágot, amelyek kidolgozói azt állították, hogy megoldották a legkisebb ellenállású hajótestforma problémáját, ezek egyike sem állta ki az idő próbáját, és nincsenek összhangban a modern hidrodinamika elveivel. Nagyon valószínű, hogy az állandóan a messzeségbe vesző és nagyon keresett „legkisebb ellenállású alak” csak álom volt. A hajótervezők és hidrodinamikai szakemberek végül arra a következtetésre jutottak, hogy a hajók ellenállásának komplex problémáját csak akkor lehet megoldani, ha kombinálják az elméletet és a gyakorlati módszereket. Korábban a hajók jó vagy nem megfelelő viselkedése különböző viszonyok között nagyban attól függött, mennyire voltak jó tengerészek a hajót irányító tisztek és a legénység tagjai. Két különböző felfogású irányító tiszt alatt ugyanaz a hajó más és más teljesítményt nyújtott eltérő időjárási viszonyok között. Ez megkövetelte, hogy a hajótervezők, ha sikerekre pályáztak, támaszkodjanak a gyakorlatra és a tapasztalatokra. A tizenkilencedik század meghozta a gépi meghajtást, ami igazi kihívást jelentett a hajótervezőknek. Már lehetőségük volt a meghajtó gépek teljesítményének tetszésük szerinti meghatározására, természetesen ehhez szükség volt arra is, hogy a gépészek olyan erőgépeket alkossanak, amelyek ezt a követelményt kielégítették, nemcsak a teljesítmény oldaláról, hanem sokkal inkább a megbízhatóság tekintetében. A rendelkezésre álló teljesítmény minél jobb kihasználásához a hajótervezőknek olyan eljárásokra volt szükségük, amelyekkel megbízhatóan meg lehet határozni a hajók ellenállását, és abból kiindulva kiszámíthassák a beépítendő gépek teljesítményét a hajó megkívánt üzemi sebességénél, illetve ezt követően olyan hajócsavarokat tervezzenek, amelyek ezt a teljesítményt jó hatásfokkal alakítják a hajó ellenállását leküzdő tolóerővé.

Az első megközelítések a hajó ellenállásának mérésére meglehetősen kezdetlegesek voltak, és nem járhattak komoly eredményekkel, mivel a teljes léptékű hajótest ellenállását próbálták megmérni, és így megfelelő vontatóeszköz híján a kisebb sebesség-tartományokra kellett korlátozódniuk.

A szakterület akkor kezdett tudományos alapokra helyeződni, amikor a folyadékok mechanikájának elvei megfogalmazódtak, illetve a különböző léptékű, de összevethető alakú hajó- illetve modelltesteket össze lehetett hasonlítani bizonyos egyenlőségek fennállása esetén. Ehhez dimenzió nélküli mennyiségeket kellett alkotni, amelyek a méretektől függetlenek lehetnek.

A mai modellkísérletek már komoly felkészültségű *vontatókísérleti állomásokon* (angol kifejezéssel *towing tank*) folynak, ahol a hajó hidrodinamikai jellemzőit, beleértve a propulziós eszközöket és a *függelékeket* (kormány, stb.) is, mind mérni lehet.



2.2.1.1 ábra Modellkísérleti vontatómedence a 20. század elején



2.2.1.2 ábra Korszerű modellkísérleti vontatómedence

2.2.1.1 A hajók ellenállása

Ha eltekintünk a realitásoktól, azt mondhatjuk, hogy a megtervezett új *hajó ellenállásának* megmérése az lenne a legpontosabb módszer, ha megépítenék a hajót, és zavartalan sima vízben vontatnák, miközben mérnék a vontatókötélen fellépő erőt. A kísérlet különböző sebességeknél történő elvégzése rámutatna, hogy a sebességgel azonos értelemben nő a *vontatáshoz szükséges erő*, a sebesség és erő között pedig függvényben kifejezhető összefüggés áll fenn. Az ellenállásból és a sebességből lehetne meghatározni az ellenállás legyőzéséhez szükséges teljesítményt a következő összefüggés szerint:

$$\text{teljesítmény} = \text{ellenállás} * \text{sebesség}$$

Magától értetődik, hogy az előbbi teljes léptékű megoldás nem járható út. Ha például menet közben változtatni kellene a hajótest alakján, a hajót újra meg kellene építeni. Azt még nem is említettük, hogy egészen más ellenállásértékek adódnak akkor, ha a hajót nem vontatják, hanem hajócsavar hajtja.

Ebből a szemléltetésből azonban kiderül, mi is az ellenállás. Az ellenállás az az erő, amely ahhoz szükséges, hogy a hajót adott sebességgel vontassák teljesen sima vízben. Az ezzel az ellenállással meghatározható teljesítményt *effektív teljesítmény* vagy *effektív lóerő* néven emlegetik, amely a hajótest jellemzője az adott sebességnél. Ennek meghatározására irányulnak a hajómodell kísérletek.

2.2.1.1.1 Az ellenállás összetevői

A hajóépítőknek kicsinyített modellekkel végzett vontatási eredményre és azok elemzésére kell támaszkodniuk, amikor egy új tervezésű hajótestnél meg akarják találni a kapcsolatot a sebesség és az ellenállás között, hogy kellő pontossággal meg tudják határozni a hajótest teljesítmény-követelményeit. Ehhez azonban arra is szükség van, hogy megértsék a hajótest ellenállásának fizikai törvényszerűségeit, és azt a módot, ahogy a modelltől a hajóra át lehet számítani az erőket és a sebességeket.

A sima vízben mozgó hajó ellenállását több különböző áramlástechnikai jelenség okozza, amelyek komplex módon hatnak egymásra és kombinálódnak, annyira komplex módon, hogy mindeddig még a hidrodinamika elméleti szakemberei nem találtak megfelelő elméleti módszereket, amelyekkel ugyanolyan pontosan ki lehetne számítani a hajó ellenállását, mint ahogy azt *modellkísérletekkel* meghatározzák. Ugyanakkor az is igaz, hogy a probléma természete ismert, ezért az ellenállást előidéző okok szintén ismertek.

A hajók simavízi ellenállásának négy fő összetevője van, ezek mindegyike más-más áramlástechnikai jellegűen alapul.

1. *Súrlódási ellenállás*, amely arra vezethető vissza, hogy egy szilárd test felülete (a hajótest), amely egy viszkózus folyadékban keresztül mozog, magával viszi a folyadékot, amely közvetlenül a felületnél van az úgy nevezett

- határrétegen* belül. Az a hátrafelé ható erőösszetevő, amely ennek a folyadéknak a mozgásba hozásához kell, a sűrűlási vagy *viszkózus ellenállás*.
2. *Hullámképző ellenállás*, amelyet az a hullámrendszer okoz, amelyet a sima vízen át haladó hajó hoz létre. Az ezeknek a hullámoknak a létrehozására fordított energia a hajó ellenállását növeli. Amikor a modellkísérlet eredményeit a hajóra számítják át, ezt *hullámképző összetevőt* összevonják a következő pontban ismertetett *örvényképző összetevővel*, és ez a kettő együtt a *maradék ellenállás*.
 3. *Örvényképző ellenállás*, amelyet az okoz, hogy a víz nem képes sima áramvonalak mentén áramlani a hajótest körül olyan hirtelen alak- vagy keresztmetszet-változást jelentő függelékeknél, amilyenek pl. a fartőke, a tengelybakok vagy a kormánylapátok. Az áramlás leválik a felületről és visszafordul, ezzel örvényeket kelt, amelyek kitöltik azt a teret, amely egyébként üres lenne. Az örvények létrehozásához szükséges energia a hajótest haladással szembeni ellenállásának növekedésére fordítódik. Ugyanez történik akkor is a test hátsó részénél, ha a hajófar kialakítása az *áramvonalak* túlzottan hirtelen irányváltozását tenné szükségessé, és ezért nem képesek követni a felületet. Az utóbbi esetben ennek neve helyesen *leválási ellenállás*.
 4. *Légellenállás*, amelynek sűrűlási és örvényképző összetevője is van, az utóbbit a hajó vízfeletti része körül áramló levegő hozza létre.

A hasonlósági törvények

Mivel a hajó ellenállását közvetlenül nem vagyunk képesek kiszámítani, modellkísérleteket kell végezni, hogy a modell ellenállását különböző sebességértékeknél megmérjük, azután pedig a mért ellenállásértékeket át kell számítani a teljes léptékű hajótest megfelelő ellenállásértékeire azoknál a sebességértékeknél, amelyek megfelelnek a modellhez választott sebességeknek. Egy használható *modellkísérlet-sorozat*ot csak úgy lehet elvégezni és kiértékelni, ha képesek vagyunk „átkonvertálni” a méreteket, sebességeket és erőket, amelyeket a modellen mérünk, a teljes méretű hajó ezzel egyenértékű méreteire, sebességeire és erőire.

Komplett fizikai egyenlőség

A modell és a hajó közötti átszámítási szabályok, azaz a *hasonlósági törvények* megalkotásának fő elve az volt, hogy a méretek elemzését olyan funkcionális kapcsolattá dolgozzák át, amely az összes változót tekintetbe veszi, amelyektől a modell vagy a hajó ellenállása függ. Egy ilyen kapcsolatrendszer kidolgozásához nemcsak kísérletezésre van szükség, hanem intuícióra is, ezt végül is a „komplett fizikai egyenlőségnek” nevezik. A tapasztalat azt mutatta, hogy a hajó ellenállása a következő tényezők függvénye.

A hajó hossza (L)

A hajó sebessége (V)

A víz sűrűsége (ρ)

A víz kinematikai viszkozitása (ν)

A gravitációs gyorsulás (g)

A hajótest alakjának paraméterei (C_B , C_P , stb.)

A kinematikai viszkozitás (ν) helyett az abszolút vagy dinamikai viszkozitás (μ) helyettesíthető be. Ezek viszonya egymáshoz: $\mu = \rho\nu$. Különleges esetekben, amikor a rendkívül nagy sebesség kavitációt okozhat a hajótest egyes pontjai körül, a fenti listát ki kell egészíteni a kavitációs határértékhez tartozó víz- és vízgőz-nyomással. A szokásos ellenállásméréseknél azonban ez a körülmény nagyon ritka, ezért általában nem foglalkoznak vele. A kavitáció a hajócsavarok méretezése során nagyon fontos tényező.

Jelenleg kihagyhatjuk a hajótest tényezőit a vizsgálatból, mivel ennek az elemzésnek tárgya a modell és a hajó közötti átszámítási mód, a modell illetve hajó hasonlósága pedig azon alapul, hogy ezek a kettőnél azonosak legyenek.

Ennek alapján a komplett fizikai egyenlőség a következő:

$$R = f(L, V, \rho, \nu, g)$$

ahol R a hajó vagy modell ellenállása. Ez az egyenlőség nem mutatja meg, milyen módon hatnak az egyenlet jobb oldalán levő változók az ellenállásra. Csak azt állapítja meg, hogy az ellenállás a kísérlet során azoknak a mennyiségeknek a függvénye, amelyek az egyenlet jobb oldalán vannak felsorolva. Más megfogalmazásban a komplett fizikai egyenlőség feltételezi, hogy bármelyik független változó (az egyenlet jobboldala) értékében beálló változás magával fogja hozni az R függő változó értékének megváltozását.

Az látható, hogy a kombinációk nagy száma miatt lehetetlen lenne annyi kísérleti mérést elvégezni, hogy az összes felsorolt változó hatását az ellenállásra meg lehessen határozni. Lehet azonban csökkenteni a vizsgálandó mennyiségek számát azzal, hogy a mértékegység-elemzés módszereit alkalmazzuk a komplett fizikai egyenlőségre. A mértékegység-elemzés a mértékegységek homogenitásának elvére épül, amelynek alapján át lehet írni a komplett fizikai egyenlőséget a változók csoportosításával a következő szempontok szerint.

1. Mindegyik csoport független a többitől; azaz, egyik csoport sem hozható létre a többiek kombinálásával.
2. Mindegyik csoportban a változók mértékegysége azonos. Ennek leggyakoribb és leghasznosabb módja az, hogy az adott fizikai változókból dimenzió nélküli csoportokat alkotunk.

A mértékegység-elemzés segítségével az egyenletet a következő formába írhatjuk át:

$$R/(\rho L^2 V^2) = f(VL/\nu, V^2/gL)$$

Számos előnye van ennek az átírásnak, ezek közül kettő, hogy mivel mindegyik csoport dimenzió nélküli, a numerikus értékek egy adott kísérleten belül függetlenek lesznek a mértékrendszerektől (SI vagy amerikai), illetve a változók száma hatról háromra csökkent, sokkal kevesebb kísérlettel is célt lehet érni.

Az ellenállás-tényező

A fenti egyenletben szereplő három *dimenzió nélküli* mennyiség azonban a szokásos modellkísérleti ellenállásméréseknél általában kicsit más alakban jelenik meg. Az egyenlet baloldalán álló mennyiség, amelyben az ellenállás benne van, ellenállás-tényező néven ismert. A $\rho L^2 V^2$ mennyiség erő mértékegységgel bír, mivel pedig L^2 mértékegysége felületnek fele meg, ρV^2 nyomás megfelelője. A *torló-nyomásnak*, amelyet " ρV^2 alakban lehet kifejezni, különleges hidrodinamikai fontossága van. Ez a nyomás mérhető a *torló-ponton*, azaz egy áramlásba helyezett tompa test „orránál”. A torló-nyomás egy olyan felülettel megszorozva, amely az adott áramlási helyzetben jellemző és jelentéssel bír, referenciaerőként használható számos dimenzió nélküli tényező definíciójánál, amilyenek pl. az ellenállás-tényezők a folyadékok mechanikájában. A hajótest ellenállásának tanulmányozásánál a jellemző felület a hajótest *nedvesített felülete* (S). Így a hajó ellenállás-tényezőjének elfogadott formája:

$$C = R/((\rho/2)SV^2)$$

A Reynolds-szám

Az egyenlet jobboldalán álló két dimenzió nélküli szám közül az első a víz viszkozitását tartalmazza, ezért az a súrlódási ellenállással hozható összefüggésbe. A Reynolds-szám (R_n) az, amely a kinematikai vagy abszolút viszkozitás felhasználásával írható fel:

$$R_n = VL/\nu = \rho VL/\mu$$

A Froude-szám

Az egyenlet jobboldalán álló másik dimenzió nélküli számban szerepel a gravitációs gyorsulás (g), ami azt érzékelteti, hogy a hullámképző ellenállással van kapcsolatban, hiszen a hajó által keltett *hullámsor hullámhegyei* a gravitációs erő ellenében keletkeznek. A mennyiség négyzetgyöke Froude-szám (F_n) néven ismert, névadója *William Froude*, aki az első olyan szakember volt, aki megbízható eljárást dolgozott ki a modellekkel végzett ellenállásmérésekre és az eredmények átszámítására a teljes léptékű hajótesten. A Froude-szám definíciója:

$$F_n = V/(gL)^{1/2}$$

Ezzel az eredeti dimenzió nélküli egyenletet a következő szimbolikus formában fejezhetjük ki:

$$C = f(R_n, F_n)$$

Sajnos, bár a komplett fizikai egyenlőséget sikerült egyszerűbbé tenni, a fenti egyenletben szereplő f függvény jellege még mindig ismeretlen. A mértékegység-elemzés nem képes numerikus válaszokat adni, azt sem mutatja meg, hogyan függ az ellenállás a Froude- és a Reynolds-számtól. Van azonban kiút. A legutolsó egyenletből ugyanis az következik, hogy ha a Froude- és a Reynolds-számok azonosak a modell és a

hajó (illetve bármely geometriailag hasonló más léptékű test) esetében, ellenállás-tényezőik is azonosak lesznek az f függvény alakjától függetlenül. Azt kell még megvizsgálni, milyen korlátozásokat fog ez jelenteni a modellkísérlet elvégzésénél.

Hasonló sebességek

A *modell* és a hajó geometriai hasonlóságát tételezzük fel, és az M ill. S indexek a modellt és a hajót (ship) jelentik. A lineáris lépték (λ) az a szám, amely a hajó és a modell méreteinek egymáshoz viszonyított arányát mutatja:

$$\lambda = L_S/L_M = B_S/B_M = T_S/T_M, \text{ stb.}$$

Ez azt jelenti, hogy Froude-szám a hajónál és a modellenél azonos:

$$F_{nS} = F_{nM}$$

$$(V/(gL)^{1/2})_S = (V/(gL)^{1/2})_M$$

$$V_S/V_M = (g_S L_S)^{1/2} / (g_M L_M)^{1/2}$$

Mivel pedig a gravitációs gyorsulás azonos a hajó és a modell esetében,

$$V_S/V_M = (L_S/L_M)^{1/2} = \lambda^{1/2}$$

Tehát amikor a modellt ugyanazon a Froude-számon akarjuk vontatni, mint ami a hajónál érvényes, az megszabja a modell sebességét. Az a sebesség, amellyel a modellt vontatni kell, az alábbi képletből számítható ki:

$$V_M = V_S / \lambda^{1/2}$$

Ez az egyenlet azt fejezi, amit Froude „hasonló sebességeknek” nevezett a hajó és modell viszonyában, bár ő eredetileg más úton jutott el az eredményhez. Ő a *hullámképet* figyelte meg, amelyet a hajó létrehoz egy adott sebességnél, és a geometriailag hasonló modellt különböző sebességekkel vontatta meg, amíg csak ki nem alakult a modellenél a hajónál megfigyelt hullámkép. Ez akkor történt, amikor „a hajó és a modell sebességének aránya lineáris méreteik arányának négyzetgyöke” volt. Dimenzió nélküli alakokkal 1868-ban nem bajlódott. Munkájában és azóta is számos kutatóéban (pl. *Taylor standard modell-sorozatainak* kiértékelésekor) a hasonló sebesség elvét a hajó és a modell között a $V_K/L^{1/2}$ kifejezés rögzítette. Ez a mennyiség a *sebesség-hossz viszonyszám*, és kizárólag *csomó* és *láb* mértékegységben létezik. A dimenzió nélküli Froude-számot a kutatóról munkája fontosságának elismeréseként nevezték el.

Dinamikai hasonlóság

BBBZ kódex

Mielőtt rátérnénk a Reynolds-szám egyenlőségére a hajó és a modell esetében, nézzük, hogyan fogják a fentiek szerint kiszámított hasonló sebességek meghatározni az ellenállás átszámítását a hajó viszonyaira. A korábbi állítás az volt, hogy ha a modell és a hajó Froude- és Reynolds-száma megegyezik, ellenállás-tényezőik is azonosak lesznek. Tehát,

$$(R/(\rho SV^2))_S = (R/(\rho SV^2))_M$$

Vagyis, az ellenállás átszámításánál az arány:

$$R_S/R_M = (\rho_S/\rho_M)(S_S/S_M)(V_S/V_M)^2$$

A geometriai hasonlóság miatt a megfelelő felületek, térfogatok és vízkiszorítások esetében az átszámítási arányok a következők:

$$S_S/S_M = (L_S/L_M)^2 = \lambda^2$$

$$V_S/V_M = (L_S/L_M)^3 = \lambda^3$$

$$\Delta_S/\Delta_M = (\rho_S g V_S)/(\rho_M g V_M) = (\rho_S/\rho_M)\lambda^3$$

illetve Froude sebesség-hasonlósági arányából:

$$(V_S/V_M)^2 = L_S/L_M = \lambda$$

Az ellenállás hasonlósági arány tehát ezek felhasználásával

$$R_S/R_M = (\rho_S/\rho_M)(S_S/S_M)(V_S/V_M)^2 = (\rho_S/\rho_M)\lambda^2\lambda = (\rho_S/\rho_M)\lambda^3$$

Az ellenállás hasonlósági aránya tehát azonos a vízkiszorítás tömegénél és súlyánál érvényes aránnyal (a g ugyanis állandó):

$$R_S/R_M = \Delta_{mS}/\Delta_{mM} = \Delta_S/\Delta_M$$

Ez az egyenlet a modell és a hajó *dinamikai hasonlóságának* kifejezése. Tehát egy erő hasonlósága a hajó és a modell között független attól, milyen típusú erőről van szó.

Modellsebességi paradoxon

Az előző elemzés a dinamikai hasonlóságról még nem teljes, mivel a viszkózus ellenálláserőket még nem vettük figyelembe. Nézzük, milyen következményekkel jár, ha a hajó és a modell Reynolds-számait vesszük azonosnak.

$$R_{nS} = R_{nM}$$

$$(VL/v)_S = (VL/v)_M$$

$$V_S/V_M = (L_M/L_S)(v_S/v_M)$$

A *modellkísérleti medencében* levő víz nem tökéletesen ugyanolyan, mint amelyben a hajó közlekedik (édesvíz ill. tengervíz, eltérő hőmérsékletek), *viszkozitásuk* azonban majdnem azonos, így a sebességek hasonlósági aránya megközelítően:

$$V_S/V_M = (L_M/L_S) = 1/\lambda$$

ami azt követeli meg, hogy a modell sebessége nagyobb legyen, mint a hajóé:

$$V_M = V_S \lambda$$

Tehát a dinamikai hasonlósághoz ez lenne a modellkísérlet feltétele akkor, ha a viszkózus ellenálláserőket is figyelembe akarnánk venni. Azonnal nyilvánvalóvá válik, hogy az a feltétel, amikor a modell sebességének nagyobbak kell lennie, mint a hajóé, ellentétben van a hasonló sebességre vonatkozó szabállyal, amelyet a Froude-szám azonos értékűre választásával alkottunk meg a hajó és a modell esetében. Tehát *nem lehet a modellkísérletek során a teljes dinamikai hasonlóságot megvalósítani*, mert egyidejűleg nem lehet azonos a hajónál és a modellenél mind a Froude-, mind a Reynolds-szám. A probléma megfogalmazása más szavakkal: más *hasonlósági arány* áll fenn a hajó és a modell között a hullámképzés miatt fellépő ellenállás (Froude kritérium) illetve a súrlódás miatt ébredő ellenállás (Reynolds kritérium) erői esetében. Ennek a ténynek a figyelmen kívül hagyása a kísérletek kiértékelése során nagyon sokszor vezetett megbízhatatlan adatokhoz a teljesítményigény meghatározásánál. Amellett, hogy az a sebesség, amelyet a Reynolds-szám azonosság megkövetelne, eltér Froude hasonló sebességétől, a gyakorlatban előforduló modell léptékek esetében ilyen sebesség megvalósíthatatlan. A 20 láb hosszú modell méretaránya például, amelyet egy 720 láb hosszú hajóhoz készítenek, $\lambda = 720/20 = 36$. Ha ezt a modellt a hajó 24-csomós üzemi sebességének megfelelő Reynolds-szám azonossághoz tartozó sebességével akarnák vontatni, az így kapott sebesség a modellenre $V_M = 24 \times 36 = 864$ csomó lenne! Ugyanakkor a hasonló sebesség a Froude hasonlóság alapján $V_M = 24/(36)^{1/2} = 4$ csomó, ami tökéletes a modell számára a kísérleti medencében.

Froude hipotézise

Már látható, hogy nincs lehetőség mind a Froude-, mind a Reynolds-szám azonossá tételére a hajó és a modell esetében a modellkísérlet során, tehát nem lehet azt állítani, hogy a teljes ellenállás tényezője azonos lenne a hajónál és a modellenél. Vissza kell tehát lépni, és a korábban felírt képletben szereplő f függvény jellegét meg kell határoznunk. Bár tudjuk, hogy nem teljesen igaz, feltételezhetjük, hogy az ellenállásnak csak két összetevője van, ezek egyike a Froude-szám függvénye, a másik pedig a Reynolds-számé. Ez a feltételezés tulajdonképpen a modern változata annak, amit Froude hipotézise néven ismerünk, mivel William Froude volt az első, aki ezzel jelentkezett, és bebizonyította, hogy ez lehet egy megbízható modellkísérleti eljárás

alapja. Froude intuitív látásmódja és gyakorlatias megközelítése egy nehéz probléma megoldására különösen azért figyelemre méltó, mert az ő tevékenysége megelőzte Reynolds munkásságát, így nem is tudott a súrlódási ellenállás és a Reynolds-szám kapcsolatáról.

Froude hipotézise szerint az ellenállás két összetevője a súrlódási (R_F) és a maradék (R_R) ellenállás. A maradék ellenállást egyszerűen úgy határozta meg, hogy az, ami marad, ha a súrlódási ellenállást levonjuk a *teljes* (R_T) *ellenállásból*. Tehát ebben van hullámképző és örvényképző ellenállás. Froude azt is feltételezte, hogy az ő „hasonló sebességei” és az így kiadódó ellenállás hasonlósági arány csak a maradék ellenállásra érvényes. Azaz úgy gondolta, hogy

$$\text{ha } V_S/V_M = (L_S/L_M)^{1/2} \qquad \text{akkor } R_{RS}/R_{RM} = A_S/A_M$$

Ez a feltételezés tökéletesen korrekt lenne, ha a maradék ellenállást kizárólag a hullámképzés hozná létre. Ezt a pontosságot rontja, hogy tartalmaz örvényképző ellenállást is, mivel azonban a hullámképző ellenállás általában sokkal jelentősebb mértékű, mint az örvényképző ellenállás, az ellenállás összetevőinek ezt az egyszerűsített sémáját kielégítőnek találták a modellkísérleti eredmények elemzésekor. A benne rejlő hibát egy korrekció (*modell-hajó korrelációs korrekció*) hozzáadásával küszöbölik ki Froude hasonlósági szabályának modern alkalmazása során, bár az alapvető eljárás ugyanaz, amit Froude kidolgozott. A teljes ellenállás ezzel:

$$R_T = R_F + R_R$$

illetve dimenzió nélküli alakban, ha mindegyik tagot elosztjuk az $\rho S V^2$ kifejezéssel:

$$C_T = C_F + C_R$$

ahol $C_T = R_T / \rho S V^2 =$ teljes ellenállás tényezője

$$C_F = R_F / \rho S V^2 = \text{súrlódási ellenállás tényezője}$$

$$C_R = R_R / \rho S V^2 = \text{maradék ellenállás tényezője}$$

A súrlódási és maradék ellenállás a feltételezés szerint egymástól függetlenek, a C_F függvénye a Reynolds-számnak, a C_R pedig a Froude-számnak. Tehát, ha funkcionálisan fejezzük ki az egyenletet:

$$C_T = C_F + C_R = f_1(R_n) + f_2(F_n)$$

A modell ellenállásának átszámítása a hajóra

Az egyetlen mennyiség a fenti egyenletben, amelyet a modellkísérletből meg lehet határozni, az kizárólag a C_T , mert a modell vontatása során mért vontatási erő a teljes ellenállás (R_T). Azonban arra szükség van, hogy a C_R értékét a modellenél meghatározzuk, hogy az eredményeket átszámíthassuk a hajóra, ugyanis a C_R az a

mennyiség, amely azonos a hajónál és a modellnél, amennyiben a modellt a megfelelő Froude-számnál vontatták meg. Sem az R_F , sem az R_R értéke nem mérhető közvetlenül, így, hogy a C_T felosztható legyen két összetevőjére, a C_F meghatározását a modellkísérlettől függetlenül el kell végezni, és akkor már a C_R kiadódik a C_F levonásával a C_T értékéből. Sok kutatás irányult arra, hogyan lehet megoldani a $C_F = f_1(R_n)$ függvényt úgy, hogy az mind a modellekre, mind a hajókra érvényes eredményt adjon. Az eredményül kapott közelítő képleteket, amelyek *felületi súrlódási formulák* vagy *modell-hajó korrelációs görbék* néven ismeretesek, a súrlódási ellenállás részletes ismertetésénél láthatjuk.

A következő lépéseket kell elvégezni ahhoz, hogy a teljes léptékű hajó ellenállását a modellkísérleti adatok átszámításával meg lehessen határozni. A hajó geometriailag hasonló modelljének léptéke λ , és a hajó megkívánt sebessége V_S .

1. A modellt meg kell vontatni a hasonló sebességgel,

$$V_M = V_S/\lambda^{1/2}$$

és a modell vontatási erejét mérni kell (R_{TM}).

2. Ki kell számítani a modell teljes ellenállás-tényezőjét,

$$C_{TM} = R_{TM}/(\rho_M S_M V_M^2)$$

3. Ki kell számítani a modell Reynolds-számát

$$R_{nM} = V_M L_M / \nu_M$$

és a modell súrlódási ellenállás-tényezőjét

$$C_{FM} = f(R_{nM})$$

valamelyik felületi súrlódási formula használatával.

4. Ki kell számítani a modell maradék ellenállás-tényezőjét C_{RM} kivonással:

$$C_{RM} = C_{TM} - C_{FM}$$

5. A hasonlóság törvénye alapján a C_R a hajónál és a modellnél megegyezik:

$$C_{RS} = C_{RM}$$

6. Ki kell számítani a hajó Reynolds-számát (R_{nS}) és a hajó súrlódási ellenállás-tényezőjét (C_{FS}) a 3. lépésben a modellre leírt módon.

7. Ki kell számítani a hajó teljes ellenállás-tényezőjét összetevőinek összeadásával, és hozzá kell adni a korrelációs korrekciót (C_A), ami annak helyesbítésére szolgál, hogy feltételezésünk szerint csak két összetevő van, illetve a hajótest valóságos érdességének figyelembe vételére. A C_A értékeiről később lesz szó.

$$C_{TS} = C_{FS} + C_{RS} + C_A$$

8. Ki kell számítani a hajó teljes ellenállását:

$$R_{TS} = C_{TS}(\rho_s S_s V_s^2)$$

A későbbiekben erre elvégzünk egy számítást szemléltetésképpen.

2.2.1.1.1.1 Súrlódási ellenállás

Ahhoz, hogy a hajótest ellenállását pontosan meg tudjuk határozni a modellen mért ellenállásnak a hajóra való átszámításával, az a legfontosabb, hogy mind a modellenél, mind a hajónál ki tudjuk számítani a súrlódási ellenállást. Az ezen a területen végzett kutató munka már komoly eredményeket hozott a súrlódási ellenállás természetének megismerésében, de mindeddig még nem sikerült olyan kielégítő elemző vagy elméleti módszert kifejleszteni, amellyel meg lehetne határozni a folyamatban érintett erőket anélkül, hogy méréseket kellene végezni. Az összes ma is használatos formula, amely a súrlódási ellenállásra vonatkozik, azokon a mérési eredményeken alapul, amelyeket vékony sík lemezekkel vagy deszkákkal végeztek.

Froude síklemez mérései

Az első ilyen síklemez méréseket Froude végezte el az 1860-as években, aki úgy gondolta, hogy a hullámképzés nélküli alak legjobb megvalósítása egy vékony lemez, így ennek teljes ellenállása súrlódási természetű. A lemez „egyenértékű” volt az adott modellel, ha annak hosszával és nedvesített felületével azonos paraméterű volt, és azzal azonos sebességgel vontatták. Fából készített lapokat alkalmazott, méreteik: 19 hüvelyk (0,4826 m) magasság és 3/16 hüvelyk (0,0047625 m) vastagság, a hossz pedig 2 és 50 láb (0,6096 és 15,24 m) között változott, a lapok különféle bevonatokkal készültek. Az ellenállást mechanikus szerkezetű dinamométerrel mérte 0 és 800 láb/min (4,064 m/s) sebességértékek között. Felismerte, hogy a felületi érdesség is befolyásolhatja a súrlódási ellenállást, ezért különböző bevonatokat próbált ki, ezek között sima lakkot, pamuttextilt és különböző érdességű, homokkal bevont felületeket. A mérésnél a lapok legnagyobb hossza 50 láb (15,24 m) volt, hogy az eredményeket a teljes léptékű hajókra is ki lehessen terjeszteni.

Froude súrlódási formulája. Froude síklemez mérései és átszámításai, amelyeket tovább tökéletesítettek a fia, *R. E. Froude* által végzett lemezmérések és finomítások, a súrlódási ellenállás következő képletéhez vezettek:

$$R_F = fSV^n$$

Ahol R_F = sűrűlési ellenállás, font
 S = a lemez nedvesített felülete, négyzetláb
 V = a lemez sebessége, csomó

Ebben az eredeti alakjában az egyenlet, ahogy William Froude közzétette, két olyan mennyiséget tartalmazott (f és n), amelyeket a kísérletekből kellett meghatározni, és amelyekről bebizonyosodott, hogy funkcionális kapcsolatban vannak a lemez hosszával és a felület fajtájával és érdességével. A sűrűlési együttható (f) a hossz növelésével csökkent, és általában nőtt az érdesség növekedésével. A sebesség kitevőjéről (n) az derült ki, hogy nő a felületi érdességgel, azonban nagyon kevésbé befolyásolta a hossz.

2.2.1.1.1.1 táblázat R. E. Froude sűrűlési ellenállási együtthatói édes- és sósvízben

Hajó vagy modell hossza lábban	f értékei édesvízre	f értékei sósvízre	Hajó vagy modell hossza lábban	f értékei édesvízre	f értékei sósvízre
5	0,012270	0,012585	40	0,009546	0,009791
6	,012036	,012345	45	,009448	,009691
7	,011824	,012128	50	,009366	,009607
8	,011633	,011932	60	,009238	,009475
9	,011457	,011751	70	,009147	,009382
10	,011289	,011579	80	,009076	,009309
11	,011137	,011423	90	,009020	,009252
12	,011000	,011282	100	,008976	,009207
13	,010872	,011151	120	,008906	,009135
14	,010757	,011033	140	,008857	,009085
15	,010651	,010925	160	,008819	,009046
16	,010558	,010829	180	,008790	,009016
17	,010473	,010742	200	,008767	,008992
18	,010394	,010661	250	,008719	,008943
19	,010325	,010565	300	,008679	,008902
20	,010261	,010522	350	,008644	,008867
21	,010206	,010452	400	,008611	,008832
22	,010152	,010413	450	,008582	,008802
23	,010101	,010361	500	,008556	,008776
24	,010055	,010311	550	,008531	,008750
25	,010010	,010269	600	,008507	,008726
26	,009968	,010224	700	,008463	,008680
27	,009927	,010182	800	,008423	,008639
28	,009887	,010139	900	,008389	,008608
29	,009850	,010103	1.000	,008359	,008574
30	,009816	,010068	1.100	,008334	,008548
35	,009660	,009908	1.200	,008310	,008524

BBBZ kódex

A táblázat értékeit első alkalommal a modellkísérleti intézetek igazgatóinak 1935-ben Párizsban tartott nemzetközi kongresszusán hozták nyilvánosságra.

A későbbiekben R. E. Froude másokkal együtt olyan finomításokat alkalmazott, ahol a sebesség állandó kitevőjű hatványban szerepelt, a kitevőt 1,825 értékre választották ki, a súrlódási együtthatóra pedig egy tapasztalati képletet alkottak meg, ami a következő egyenleteket eredményezte:

$$R_F = fSV^{1.825}$$

ahol amerikai mértékegységekben (font, láb, csomó)

$$f = 0,00871 + 0,0530/(L+8,8) \quad [\text{tengervíz}]$$

$$f = 0,00849 + 0,0516/(L+8,8) \quad [\text{édesvíz}]$$

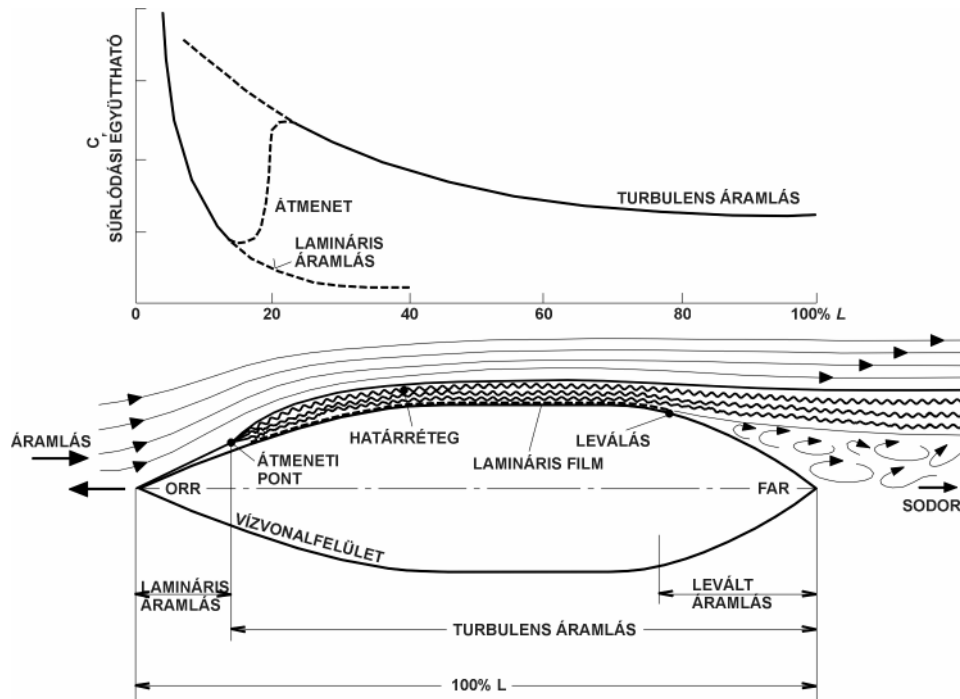
Az f súrlódási együttható ezen értékei 15°C (59°F) hőmérsékletű vízre vonatkoztak, amit standard feltételként fogadott el az *International Towing Tank Conference* (ITTC, nemzetközi modellkísérleti konferencia). A standard értéktől eltérő hőmérsékleteknél a súrlódási együtthatót csökkenteni kell 0,43%-kal minden +1°C, vagy 0,24%-kal minden +1°F esetén.

A fenti Froude súrlódási formula széles körben elfogadott és alkalmazott volt a *modellkísérleti intézeteknél* a 20. század első felében. Néhány intézet azonban új síklemez méréseket végzett, és a további elemzésből származó hatalmas tömegű kísérleti eredmény alapján a súrlódási együtthatót módosította, az általuk használt képletek azonban megtartották a korábbi alakot, mivel az bizonyult az egyetlen praktikus eszköznek a hajótestek súrlódó ellenállásának meghatározásához.

Lamináris és turbulens áramlás

Néhány évvel a Froude által végzett síklemez mérések befejezése után *Osborne Reynolds* fontos felfedezést tett a felületek mentén létrejövő folyadékáramlás természetéről. Amikor Reynolds üvegcsőben tanulmányozta a folyadékok áramlását, két eltérő típusú áramlást figyelt meg, illetve, ahogy ő nevezte, áramlási tartományt, amelyeket lamináris és turbulens áramlásnak nevezett el. Reynolds megfigyelte, hogy amikor vékony sugárban festéket juttatott be a vízbe, amely az üvegcsőben áramlott, kis sebességnél a festékszál egyenes vonal mentén haladt, és egyáltalán nem keveredett el a körülötte áramló vízzel, vagy csak nagyon kis mértékben. Az ilyen áramlásnak a *lamináris áramlás* nevet adta, mert a folyadék áramvonalai szemmel láthatóan rétegekben megmaradtak. Nagyobb sebességeknél azonban a festékszál elkezdett széteszlani és keveredni a körülvevő vízzel. Ennek az áramlástípusnak a neve *turbulens áramlás*, mert a folyadék áramvonalai rendszertelen örvényeket alkotnak. Reynolds meghatározott egy *kritikus sebességet*, amely felett a lamináris áramlás nem képes fennmaradni, és az átmeneti (részben lamináris, részben turbulens) áramlási szint felett a turbulens áramlás dominál. Ezen kívül az áramlással szembeni ellenállásra a két áramlási típusnál eltérő is törvények vonatkoznak. Lamináris áramlásnál a súrlódási

ellenállás kevésbé függ a sebességtől, mint turbulensnél. A lamináris áramlás átalakulása turbulenssé függ a folyadék sebességétől, a folyadék viszkozitásától (így közvetve a hőmérséklettől, valamint a cső átmérőjétől. Azaz van olyan *kritikus Reynolds-szám* (VD/v), amelynél a lamináris áramlás átalakulása turbulenssé bekövetkezik.



2.2.1.1.1.1 ábra Lamináris és turbulens áramlás hajótestnél

Ennek a felfedezésnek az volt a közvetlen hatása a hajómodellek és síklemezek súrlódási ellenállásának kutatására, hogy valamennyi kísérletet a turbulens áramlási tartományban kell végezni, mert a hajók esetében a Reynolds-számok olyan nagyságrendbe esnek, amely jóval meghaladja a kritikus értékeket. Amennyiben a lamináris áramlás is jelen van a modell- vagy síklemez-kísérletek során, nem lesz pontos a modellkísérleti eredmények átszámítása a hajó léptékére. Froude tapasztalati formuláit jó eredménnyel alkalmazták a súrlódási ellenállás kiszámítására éveken keresztül modelleknél és hajóknál egyaránt, ennek ellenére vannak elméleti fenntartások velük szemben (amelyek már kivédhetőek a modern súrlódási formulák alkalmazásával). A fő ellenérvék a következők.

1. A formula nincs összhangban a mértékegység-elemzés eredményeivel, amelyek azt mutatják, hogy a súrlódási ellenállásnak függvénykapcsolatban kell lennie a modell vagy a hajó Reynolds-számával.

2. A kisebb és simább lemezekkel végzett mérések közül néhánynál lamináris volt az áramlás, így a kisebb modellek esetében a számított súrlódási ellenállás várhatóan túl kicsi.
3. Az f együtthatók feltételezések szerint sima hajótesthez tartoznak, ha modellekre alkalmazzuk őket, hajóknál pedig a frissen festett új acél hajótesthez. A felületminőség hatásának vizsgálata hajótesteknél arra mutat, hogy Froude súrlódási értékei hajóknál túl magasak. A modern formulák a sima hajótest súrlódási ellenállását adják ki, és külön korrekciót alkalmaznak a felületminőségre és a bevonat fajtájára.
4. A súrlódási tényezők meghatározására szolgáló síklemez-mérések elemzésénél két láb és ötven láb közötti hosszúságú táblákat használtak. Az 50 és 1.200 láb közötti hajóhosszokhoz tartozó együtthatókat mindig ezeknek a hossz szerint korlátozott mérések extrapolációjával határozták meg.

Modern súrlódási formulák

Számos súrlódási formulát dolgoztak ki Froude síklemez-mérési képlete helyett. Ezek a modern képletek már nem kifogásolhatóak azon az alapon, mint Froude összefüggése, mert megszüntetik az ellentmondásokat a következő módszerekkel.

1. A C_F tényezőt az R_n függvényeként adják meg, és a síklemez- illetve ponton-mérések eredményeit az R_n függvényében vizik fel diagramba.
2. Elkerülik azokat méréseket, ahol lamináris áramlás fordul. Ha mégis szükség van mérésekre az ilyen kis Reynolds-számok tartományában, a turbulenciát mesterségesen idézik elő a mérések során. Tehát a formulák tökéletesen turbulens áramlásra vonatkoznak.
3. A hajókat és modelleket képviselő összes lemez felülete sima. Nem végeznek méréseket érdes felületekkel. Tehát a formulák sima hajótestekre vonatkoznak. Mivel azonban a valóságos hajótestek nem simák, az összes olyan ellenállás-számításnál, ahol a modern súrlódási képleteket alkalmazzák, arra van szükség, hogy korrekciót adjanak hozzá, és így jobban megközelítsék a valóságos hajó körülményeit.
4. A Froude által végzett mérések óta sok síklemez-mérést végeztek, így sikerült kiterjeszteni a lemezeknél a hossz és a Reynolds-szám tartományát. Azonban még ez sem elég, ugyanis az így kiterjesztett adattartomány legnagyobb Reynolds-szám értéke kb. 4×10^8 , miközben a valóságos hajóknál a Reynolds-szám elérheti az 5×10^9 értéket.

Az idők folyamán kb. fél tucat olyan súrlódási formula látott napvilágot, amely sima felületeken kialakult turbulens áramlási viszonyokra alkalmazható, és amely

kifejlesztőik szerint összhangban van a fenti feltételekkel. Ezek közül kettő a legismertebb.

Az 1947-es ATTC görbe. Az *American Towing Tank Conference* (ATTC, amerikai modellkísérleti konferencia) határozatot fogadott el 1947-ben, amely egy súrlódási ellenállás képletet ajánlott alkalmazásra, a *Schoenherr középértékek* néven ismert képletet. Ezt a formulát eredetileg 1932-ben publikálta *Karl E. Schoenherr*, aki egy nagyon tekintélyes megbízható adathalmazt gyűjtött össze a síklemez-mérésekről, azt kiegészítette a sajátjaival, és az eredményül kapott C_F értékeket az R_n függvényében ábrázolta. Ez a képlet a következő:

$$0,242/C_F^{1/2} = \log_{10}(R_n C_F)$$

Schoenherr azt tapasztalta, hogy a pontok szórását mutatnak azoknál a Reynolds-számoknál, amelyek 2×10^6 alatt vannak, és ezt annak a bizonyítékaul fogta fel, hogy az ilyen alacsony Reynolds-számoknál végzett síklemez-mérések egy része lamináris vagy átmeneti áramlási tartományba esik. Nem engedte, hogy bármilyen lamináris áramlással összefüggő mérési eredmény befolyásolhassa a középértékek görbét, mivel az volt a szándéka, hogy az kizárólag sima felületeken kialakuló turbulens áramlásra vonatkozzék. A C_F értéke egy adott R_n esetében nem számítható ki közvetlenül a fenti egyenletből, iterációra van szükség, vagy az értékek táblázatba foglalására (ld. a következő táblázatot), esetleg a diagram használatára.

2.2.1.1.1.2 táblázat A C_F értékei az ATTC 1947 görbe szerint

$R_n \times 10^5$ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_F \times 10^3$ (ATTC)	7.179	6.137	5.623	5.294	5.057	4.875	4.727	4.605	4.500
$R_n \times 10^6$ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_F \times 10^3$ (ATTC)	4.409	3.872	3.600	3.423	3.294	3.193	3.112	3.044	2.985
$R_n \times 10^7$ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_F \times 10^3$ (ATTC)	2.934	2.628	2.470	2.365	2.289	2.229	2.180	2.138	2.103
$R_n \times 10^8$ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_F \times 10^3$ (ATTC)	2.072	1.884	1.784	1.719	1.670	1.632	1.600	1.574	1.551
$R_n \times 10^9$ x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$C_F \times 10^3$ (ATTC)	1.531	1.408	1.342	1.299	1.266	1.240	1.219	1.201	1.186

BBBZ kódex

$$R_n 10^{10} \times \quad 1$$

$$C_F \times 10^3 \text{ (ATTC)} \quad 1.172$$

A hidrodinamikai szakemberek a hajók ellenállásának sokéves tapasztalata alapján rámutattak, hogy a görbe meredeksége kis Reynolds-számoknál nem elegendő, ami azt jelenti, hogy a korrelációs korrekció illogikusan kicsi, gyakran negatív értékű lesz.

Az ITTC 1957 görbe. A manapság legszélesebb körben elfogadott és használt formulát az International Towing Tank Conference (ITTC) 1957-ben fogadta el. Ennek a görbének a képlete:

$$C_F = 0,075/(\log^{10}R_n - 2)^2$$

Általános vélemény, hogy ez a formula jobb a Schoenherr középértékek görbéjénél, különösen kisebb Reynolds-számoknál. A nagyobb hajóknál érvényes Reynolds-számok esetében pedig a két képlet gyakorlatilag azonos eredményt ad. Az ITTC 1957 görbe azzal a számítási előnnyel is rendelkezik, hogy közvetlenül megoldható a C_F értékére bármilyen R_n értéknél. Annak kihangsúlyozására, hogy ennek a formulának a célja a modellkísérleti eredmények pontos átszámítása a megfelelő hajóra, és nem egy adott síklemez súrlódási ellenállásának meghatározása, a konferencia hivatalosan az *ITTC 1957 modell-hajó korrelációs görbe* néven tartja nyilván.

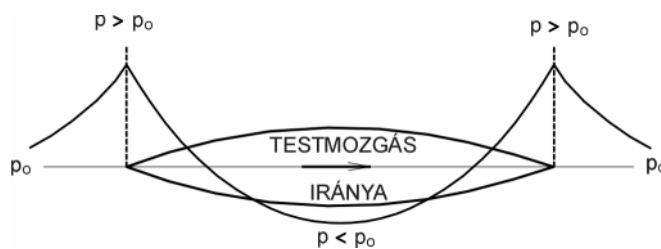
2.2.1.1.1.2 Hullámképző ellenállás

Ismert jelenség, hogy egy vízfelületen mozgó tárgy hullámokat kelt. Ezeknek a hullámoknak a létrejötte azonban, és az, hogy ezek a hullámok milyen hatással vannak a hajó ellenállására, nagyon sok kutatás témája volt.

Nyomáseloszlás

A hullámok azért keletkeznek a vízben mozgó hajó körül, mert a hajótest különböző pontjainál a nyomás eltérő értékű. Tételezzük fel, hogy az alábbi ábra szerinti egyszerűsített formájú test mozog balról jobbra állandó sebességgel egy ideális (nem-viszkózus) folyadékban. Ha a folyadék felszínét merevnek és alakváltozásra képtelennek tételezzük fel, a nyomáseloszlás a test felülete mentén az ábra szerinti lenne: az orrnál és a farnál nagy nyomáscsúcsok, és nyomáscsökkenés a test oldalánál. Ebben az ideális állapotban a testre ható erő az orrnál ébredő nagy nyomás hatására hátrafelé ható összetevőt eredményezne, ami ellenállást fejtene ki a mozgással szemben, ugyanakkor a farnál ezzel szimmetrikusan ébredő nyomáseloszlás előre ható összetevőt hozna létre, amely az orrnál ébredő összetevőt kiegyenlítené. Ezzel a eredő ellenállás zéró értékű lenne. A vázolt ideális helyzet nem hozható létre a valóságos folyadékokban és testeken, a vázolt nyomáseloszlás azonban érzékelteti, hogyan keletkeznek a hullámok a valóságos hajótestek körül, amikor a valóságos folyadékban mozognak. Az is figyelemre méltó, mi történik, ha a merev felület helyett, amit feltételeztünk, a valóságos vízfelületet helyettesítjük be a felette levő atmoszférikus nyomással?

Nyilvánvaló, hogy ebben az esetben a nyomásértékek különbsége helyett a vízfelszínen fognak változások bekövetkezni. A nagy nyomású helyeken *hullámhegy* keletkezik, az alacsony nyomású pontokon pedig *hullámvölgy* alakul ki. A nyomáseloszlást ezután a saját maga által létrehozott *hullámrendszer* fogja alakítani, a valóságos folyadékban pedig a viszkózus határréteg és a leváló áramlás további hatásokat kelt, amelyek megváltoztatják a nyomáseloszlást. Valóságos esetben tehát a hajótest körül kialakuló nyomás által létrehozott erők előre és hátra irányuló összetevői nem egyenlítik ki egymást, és az eredmény egy hátrafelé irányuló eredő lesz, amelyet hullámképző ellenállás néven ismerünk.



2.2.1.1.1.2.1 ábra Nyomáseloszlás ideális folyadékban teljesen elmerült test körül

Az előzőekben leírt egyszerű nyomáseloszlási modell a valóságos hajó hullámrendszerének

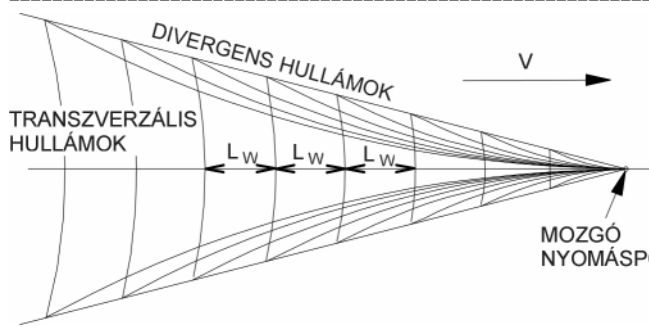
másik jellemzőjére is rámutat. Amennyiben a hajó mozgási sebessége állandó, a nyomáseloszlás változatlan marad, a hullámrendszer a hajóval együtt mozog. A hajó által létrehozott egyes hullámok természetesen lemaradnak, ahogy a hajó halad, ez a mozgó nyomáseloszlás azonban folyamatosan új hullámokat hoz létre.

A hajó hullámrendszere

A hajó által keltett hullámok ellenállásának pontos meghatározása ugyan szükségessé teszi a modellkísérleteket, de az a tudás a hajó hullámrendszerének természetéről és alakjáról, amivel ma rendelkezünk, nagyrészt elméleti kutatásból származik. A hullámrendszer jellemzőinek klasszikus vizsgálata *Lord Kelvin* nevéhez fűződik, aki a hidrodinamika elveit alkalmazta, hogy kiszámítsa azoknak a hullámoknak a paramétereit, amelyeket a folyadékfelületen állandó sebességgel mozgó egyetlen nyomás alatti pont okoz. Rámutatott (ld. a következő ábrát), hogy a mozgó *hullámkeltő pont* által létrehozott hullámok rendszere két eltérő geometriai konfigurációjú hullámközből áll.

1. Egy sor *transzverzális hullám*, amelyek gerince merőleges a pont mozgási irányára.
2. Egy sor *divergens hullám*, amelyek gerince szöget zár be a pont mozgási irányával.

Az elmélet szerint a *hullámhossz*, azaz az egymást követő transzverzális hullámok gerincének távolsága a következőképpen függ a nyomás alatti pont mozgási sebességétől:



2.2.1.1.1.2.2 ábra Kelvin hullámséma

$$L_w = 2\pi v^2/g$$

ahol L_w = hullámhossz, láb vagy m

v = mozgó nyomáspont sebessége, láb/sec vagy m/sec

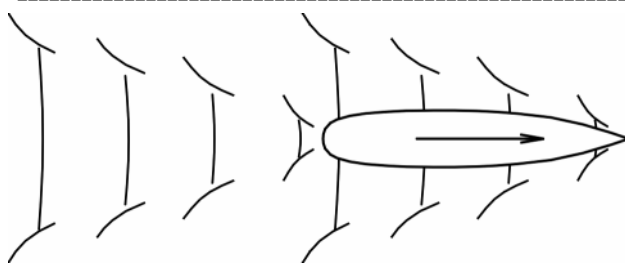
g = gravitációs gyorsulás, láb/sec² vagy m/sec²

Nem véletlen, hogy ez az egyenlet emlékeztet Froude-nak a modellkísérleti méréseknél a hasonló sebességre megfogalmazott összefüggésére. Az előző egyenletet a Froude-számra átírva, és a hullámhossz használatával, azt kapjuk, hogy:

$$v/(gL_w)^{1/2} = 1/(2\pi)^{1/2} = \text{állandó}$$

ami azt jelenti, hogy a hullámkeltő pont sebessége arányos azon hullámok hosszának négyzetgyökével, amelyeket kelt. Ha a mozgó hullámkeltő pont egy hajó, egy adott Froude-számnál, amely a hajó hosszából számítható ki ($V/(gL_s)^{1/2}$), konstans szorzóval kifejezhető kapcsolata áll fenn a hajó hossza és a hullámhossz között, tekintet nélkül a hajó (vagy modell) hosszára. Tehát a hullámelmélet igazolja Froude megfigyeléseit, hogy a hasonló sebességek esetén a modell *hullámsémája* geometriailag hasonló lesz a hajó hullámsémájához.

A mozgó hajó által keltett hullámrendszer sokkal összetettebb, mint az egyedüli nyomáspont rendszere. Tulajdonképpen eléggé összetett ahhoz, hogy mindeddig nem sikerült olyan elméleti matematikai modellt kidolgozni, amely azt kielégítő pontossággal le tudná írni ahhoz, hogy pontosabban számíthassuk ki a hullámképző ellenállást, mint ahogy azt a modellkísérletek eredményeinek átszámításával meg tudjuk határozni. A hajótest számos hullámsémát hoz létre, amelyek hasonlítanak a Kelvin hullámsémára; elméletileg a vízvonallal minden olyan pontja, ahol az áramlás iránya megváltozik, újabb hullámsémát kelt. A valóságos hajó hullámrendszere azonban ennek az összetettségnek az ellenére is nagyon erős hasonlóságot mutat egy viszonylag egyszerű sémához – ahhoz az erősen Kelvin-szerű hullámsémához, amelyet az orrtőke kelt, és amely egy domináns orrhullámheggyel indul, plusz a második és sokkal gyengébb hullámsémához, amelyet a far kelt. A következő ábrán egy hajó „kétsémás” hullámrendszerének vázlatos képe szerepel.



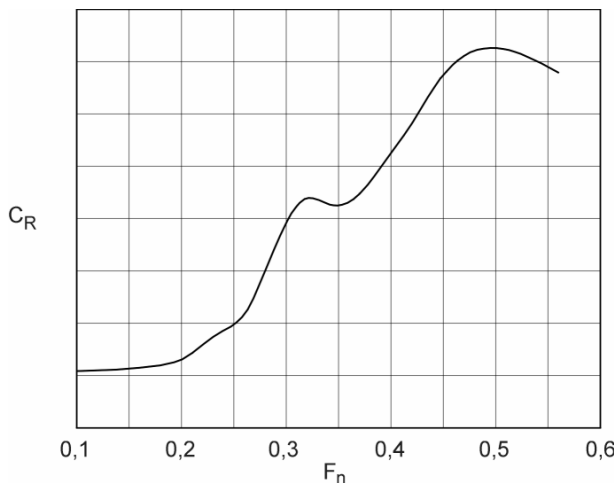
2.2.1.1.1.2.3 ábra Transzverzális és divergens hullámokból álló orr- és farhullám-séma

A vonalak a transzverzális és divergens hullámok hullámhegyeit mutatják. A divergens hullámok

hullámhegyei meglehetősen rövidek, és amikor az új keletkezik, az előzők maradványai a hajó pályájától kifelé haladnak, amivel a hajó mögött egy állandóan szélesedő trapéz-alakú hullámhálózat alakul ki, amely lassan ismét belesimul az érintetlen vízfelületbe.

Az orr- és farhullám sémák interferenciája

A kétsémás modell kellően megmagyarázza, hogyan hatnak a hullámképző ellenállásra bizonyos kölcsönhatások az orr- és a farhullám között, amelyek interferencia jelenségek néven ismeretesek. Mindkét hullámséma együtt mozog a hajóval, és a hullámhossz mindkettőnél megegyezik a fenti képletből meghatározható értékkel. Mindkét hullámséma első hullámhegye lényegében fix helyzetben van a hajóhoz képest, a második és az összes további azonban a hajó sebességének növekedésekor egyre nagyobb távolságra kerül.



2.2.1.1.1.2.4 ábra Púpok és gödrök a C_R görbében

Ebből az következik, hogy amint a hajó sebessége változik, a két rendszer egymáshoz viszonyított helyzete is változni fog. Azoknál a sebességeknél, amikor a két rendszer hullámhegyei összesnek, a hajó mögött elmaradó hullámok magasabbak lesznek, és a hullámképző ellenállás különösen nagy értékű lesz. Ez az állapot úgy nevezett

„púpot” képez a maradék ellenállás-tényező (C_R) görbéjében. Azoknál a sebességeknél, amikor az orrhullám rendszer hullámhegyei a farhullám rendszer hullámvölgyeivel találkoznak, a hajó mögött elmaradó hullámok magassága kisebb lesz, ezért a hullámképző ellenállás is kisebb lesz, mint az általános trend alapján lenne az adott sebességnél. A C_R görbében ilyenkor „gödör” keletkezik. Mivel a két hullámséma kezdeti hullámhegyeinek távolságát a hajó hossza határozza meg, a hullámhossz pedig mindegyiken belül a hajó sebességének négyzetével arányos, az elmondottakból az következik, hogy púpok és gödrök a C_R görbében minden egyes hajónál a V^2/L viszonyszám illetve a Froude-szám $(V/(gL)^{1/2})$ alakulnak ki. Az alábbi ábra egy tipikus C_R görbét mutat a $V/(gL)^{1/2}$ függvényében.

Azokat a Froude-számokat, amelyeknél a púpok és gödrök megjelennek, számos egyszerűsített hajótest alakhoz kiszámították a kétsémásnál valóságosabb matematikai modell felhasználásával, azonban az így meghatározott értékeket nem lehet minden testformához alkalmazni. A hajótervezők ismerik annak fontosságát, hogy olyan hajótest alakot válasszanak ki, amelynél a hajó üzemi sebessége a C_R görbén levő gödörhöz esik. Amikor azonban a hajó hossza és sebessége már ki van választva, a tervező számára az a leghatékonyabb mód arra, hogy ezt biztosíthassa, a jól eltalált hengeres teltség (C_p), illetve hengeres középész hossz kiválasztása.

2.2.1.1.1.3 Örvényképző ellenállás

Amikor a hajótest körül áramló víz olyan pályát követ, amely pontosan illeszkedik a hajótest alakjához, a hajó ellenállását kizárólag a súrlódás és a hullámképzés teszi ki. Amikor az áramlás áramvonalai elválnak a hajótesttől, az áramlásban létrejövő ür örvényekkel telítődik (ld. 2.2.1.1.1.1.1 ábra), és az ellenállás megnövekszik amiatt az energia miatt, amely az örvények létrehozására fordítódik. Az örvényképző ellenállás értékét, amelyet a hajón vagy modellen tapasztalni lehet bármely időpontban, soha nem számítják ki a modellkísérleti eredmények hajóra történő átszámításakor, mivel az örvényképző ellenállás a feltételezések szerint a maradék ellenállás részét képezi. A tervező azonban még akkor sem feledkezhet meg róla, ha rejtve marad, mert az örvényképző ellenállás egyes esetekben jelentős mértékű lehet.

A legnyilvánvalóbb helyek, ahol az áramlás leválik a hajótestről, azok, ahol az alak hirtelen módon változik az áramlás mentén, ilyen lehet a hajócsavar toló-oldala és a kormányoszlop, illetve a test mögött olyan függelékek, mint a kormánylapát, a medersori stabilizátor, a nadrágcsövek és a tengelybakok. Ezekre a függelékekre feltétlenül szükség van, tehát bizonyos mértékű örvényképzés elkerülhetetlen. A függelékek által okozott ellenállás minimalizálása érdekében a hajótest alapos áramvonalasítása szükséges bármi ilyen kiugró szerkezetnél. A helyesen tervezett *medersori stabilizátorok* például a lehető legnagyobb mértékben követik a test menti áramlás vonalait. Ezeket az áramvonalakat különleges modellkísérletekkel határozzák meg, esetleg csatornában, ahol a hajótesthez rövid szálát erősítenek vagy a testben kialakított apró lyukakon olyan vegyszereket folytatnak ki, amelyek a modell festékét elszínezik, és ezzel követhetővé válik a test áramvonalainak rendszere.

A *függelékek ellenállása* a függelékek által okozott ellenállás, amely hozzáadódik a hajó ellenállásához. Ez nem kizárólag örvényképző ellenállás, mert mindegyik függeléknek van saját nedvesített felülete, tehát súrlódási ellenállása is. Úgy tűnhet, hogy ha a modell fel van szerelve ugyanazokkal a függelékekkel, mint a hajó, a függelékek ellenállásával nem kell külön foglalkozni a modellkísérletek eredményeinek a hajóra való átszámításakor, azonban egyes modellkísérletek esetében ez nem igaz. A modell függelékein fellépő erők korrekt átszámításának feltétele a hajó viszonyaira az, hogy a modell függelékei körül az áramlás sémája geometriailag hasonló legyen a hajó függelékeinek sémájához. Ezt nem lehet megvalósítani, mert a modellkísérlet során a modell és a hajó határrétegei egymáshoz képest nincsenek pontos méretarányban. Emellett a modell függelékeinek Reynolds-számjai (amelyek alapja elsősorban a függelékek méretei és nem a hajó méretei) nem egyezhetnek meg a hajó megfelelő

függelékeinek Reynolds-számaival. Részben ezért, részben más okok miatt a Froude eljárás a modell ellenállásának átszámításakor pontatlanságokat eredményez, amikor a modell fel van szerelve függelékekkel. Ez különösen érvényes a kis modellekre, illetve azokra, amelyeknél a függelékek ellenállása várhatóan nagy lesz. Az ilyen esetekben a modellkísérletet úgy végzik, amit *csupasz hajótest állapot* néven ismerünk, vagyis függelékek nélkül. A csupasz hajótest ellenállásához ezután külön hozzáadják a teljes léptékű függelékek megközelítő ellenállását. Ezt a csupasz hajótest ellenállásának százalékában fejezik ki, amely a függelékek számának és fajtásának függvényében 2 és 20% között lehet.

Örvények olyan esetben is keletkezhetnek, amelynek semmi köze a hajótesten levő folytonosság függelékek miatti megváltozásához. A viszkózus határreteg vastagsága, amely a hajótestet körülveszi, az orrtól a far felé haladva egyre növekszik. Ennek során a határretegen belül elhelyezkedő víz a hajótesttől távolodva egyre kisebb sebességgel halad a hajó sebességéhez képest. Amint a folyadék részecskék energiája fogy, van egy pont, ahol a folyadék sebessége zéró értékűvé vagy negatívvá válik, az áramlás leválik a felületről, a leválási pont mögött pedig kaotikus áramlási viszonyok alakulnak ki, a teret örvények töltik ki. A leválás gyakoribb a telt hajótesteknél, mint a karcsúaknál, mert a telt formájú far gyorsabb alakváltozása rontja a feltételeket, ami leválást idéz elő. Az ilyen leválások ellenállását nem lehet külön tényezőként meghatározni az ellenálláson belül. A maradék ellenállás részét képezi a mérési eredmények átszámítása során.

2.2.1.1.1.4 Légellenállás

A hajó nem csupán egyetlen közegben mozog, vagyis a vízben ill. annak felszínén, hanem haladása közben a levegővel szembeni ellenállást is le kell győznie. Korábban már látható volt, hogy ennek a két rendkívül eltérő sűrűségű közegnek a határán zajlik le a hullámképzés jelensége is. Azt azonban meg kell vizsgálni, milyen hatással van az ellenállásra a levegő, amelyen át kell hatolnia a hajótest víz feletti részének és a hajó felépítményének. A hajó üzemi sebességgel történő hajtásához szükséges teljesítmény meghatározásakor a hajótervező megbecsüli a nyugalomban levő levegő ellenállását, és azzal megnöveli a hidrodinamikus ellenállást. A mozgásban levő levegő hatása, vagy szélellenállás, általában nem képezi részét a hajó ellenállás-számításának, ugyanúgy, ahogy az a másodlagos hatás sem, amelyet a szél azzal gyakorol a hajó ellenállására, hogy hullámokat kelt, amelyek megint csak növelik az ellenállást. Ezeket akkor vesszük figyelembe, amikor a teljesítményszámítást végezzük, vagyis hozzáadunk valamennyit a főgép teljesítményéhez, amint ezt a hajócsavarokkal foglalkozó résznél látni lehet. A hajó vízfeletti részének mozgása a levegőben olyan ellenállást kell, hogy legyőzzön, amelynek van viszkózus (súrlódási) és örvényképző összetevője így feltételezhetnénk, hogy a nyugalomban levő ellenállásának számításakor hasonlóan külön kell kezelni az összetevőket és átszámítási eljárást kell alkalmazni a modell és a hajó között, ahogy a hajótest víz alatti részénél történt. A gyakorlatban azonban erre nincs szükség. A légellenállásnál az örvényképzés annyira domináns jelenség, hogy a súrlódási összetevőt elhanyagolhatóan lehet ítélni, amelyet ki lehet hagyni a nyugalomban levő levegő ellenállásának számításakor.

Az örvényképzésből eredő ellenálláserők bizonyíthatóan arányosak a közeg sebességének négyzetével, ill. a test sebességének négyzetével, ha a közeg van nyugalomban. Tehát a légellenállás a következőképpen fejezhető ki:

$$R_{\text{air}} = C_{\text{air}}(\rho_a A_{\text{pt}} V^2)$$

ahol R_{air} = nyugalomban levő levegő ellenállása (font vagy newton)
 C_{air} = nyugalomban levő levegő ellenállás-tényezője
 ρ_a = levegő sűrűsége (font sec²/láb⁴ vagy kg/m³)
= 0,002377 font sec²/láb⁴ 59°F-nál = 1,226 kg/m³ 15°C-nál
 A_{pt} = a hajó víz feletti részének a hajó haladási irányára merőleges felülete (láb² vagy m²). Ha ez a felület nem ismert, normál méretarányú felépítménnyel és fedélzeti házzal rendelkező hajónál közelíthető az $A_{\text{pt}} = B^2/2$ kifejezéssel, ahol B a hajó szélessége.
 V = hajó sebessége (láb/sec vagy m/sec)

A C_{air} tényezőt kísérleti úton kell meghatározni. Függs a hajó víz feletti részének alakjától, a fedélzeti háztól és a fedélzeti berendezésektől és felszerelésektől. Meghatározására számos mérést végeztek, ezek között voltak hajók felső részének modellkísérleti mérései *szélcsatornában*, illetve egyszerű kétdimenziós lapokkal végzett mérések, amelyek lényegében ejtő-próbák voltak. Ezen kívül teljes léptékű méréseket is végeztek. A C_{air} tipikus értéktartományai, amelyeket a szakirodalom tartalmaz, az alábbi táblázatban vannak összefoglalva.

2.2.1.1.1.4.1 táblázat Légellenállás-tényezők nyugalomban levő levegőnél

<i>Hajótípus</i>	<i>C_{air} tartomány</i>
Darabáru szállító	0,60-0,85
Tankhajó	0,75-1,05
Konténerszállító	0,60-0,75
Személyhajó	0,65-1,10
Hadihajó	0,40-0,80

A táblázat értékei jelentős szórást mutatnak, mert a vizsgált hajók esetében nagyon változatos lehet a fedélzeti rakodó-berendezések mennyisége és típusa, valamint fedélzeti házak mérete és elrendezése. A légellenállás becslésénél elfogadhatóak az átlagértékek, mert a hidrodinamikai ellenálláshoz képest a légellenállás viszonylag kis értékű (2-4% átlagosan).

Nem szabad megfelekedni arról, hogy a légellenállás-tényező meghatározásának módja a levegő sűrűségén és a hajó víz feletti részének keresztmetszetén alapul. Nem lehet egyszerűen hozzáadni a C_{FS} és C_{R} súrlódási és maradék ellenállás-tényezőhöz, amelyek alapja a víz sűrűsége és a hajó víz alatti részének nedvesített felülete. Bevett gyakorlat azonban a standard hajóellenállás számítási eljárásoknál, hogy egy másik légellenállás-tényezőt definiálnak (C_{AA}), amely már konzisztens a vízhez kötődő

ellenállás-tényezőkkel, és azokhoz közvetlenül hozzáadható. Ennek számítása az alábbi képlettel történhet:

$$C_{AA} = R_{air}/(\rho_w S V^2)$$

ahol ρ_w = tengervíz sűrűsége
 = 1,9905 font sec²/láb⁴ 59°F-nál
 = 1025,9 kg/m³ 15°C-nál
 S = hajó nedvesített felülete (láb² vagy m²)
 V = hajó sebessége (láb/s vagy m/s)

A légellenállás-tényező két egyenletét kombinálva, és feltételezve a hajószámításoknál alkalmazott standard hőmérsékletet (59°F vagy 15°C), a két tényező kapcsolata a következő:

$$C_{AA} = C_{air}(\rho_a/\rho_w)(A_{pt}/S) = 0,001194(A_{pt}/S)C_{air}$$

Szélellenállás

A szélellenállás meghatározása már sokkal bonyolultabb, mint a nyugalomban levő levegőben érvényes ellenállásé, mert számos bonyolító hatás létezik.

1. A szél bármilyen irányból fújhat a hajó haladásához képest, ami szükségessé teszi, hogy kijelöljük a szél irányát és relatív sebességét. A szélcsatorna méréseket is minden szög esetében el kell végezni ellenszélről a hátszél feléig.
2. A szélnek a tenger felszínétől számítva nagy *gradiense* van. Ez azt jelenti, hogy a hajó felső részének különböző egységei más-más szélesebességnek vannak kitéve, attól függően, milyen magasan vannak a tengerszinttől, ahol a szél mérsékeltebb, mint sokkal magasabban. A sebességprofilt a szél által keltett hullámok is bonyolítják. Ennek a valóságos szélprofilnak a modellezése szélcsatornában lehetetlen.
3. A szél irányával változik a viszonylagos szélirányra merőleges felület mértéke is. Oldalszélben pl. ez a felület a hajó teljes vízfeletti profiljával egyezik meg.
4. A hajó mozgási irányával szöget bezáró irányból fújó szél hatására a hajó dülöngélő és fel-le irányú mozgást végez, ez tovább módosítja a szél hatását a hajótestre.

A *szélerők* pontos számítását rendszerint a hajó *futópróbáihoz* (tengerállósági próbáihoz) végzik el, a szükséges beépítendő főgép-teljesítmény meghatározásához az ellenszéllel szembeni ellenállás meghatározása szükséges, amelyhez a következő képletet alkalmazzuk, ahol a hajósebesség (V) helyett a relatív szélesebességet kell figyelembe venni, amelynek számítása

$$V_R = V_S + V_W$$

ahol V_R = relatív szélesebesség ellenszélben
 V_S = hajósebesség

$V_w =$ abszolút szélesség

Tehát $R_{air} = C_{air}(\rho_a A_{pt} V_R^2)$

A légellenállás-tényezőt (C_{air}) azonban csökkenteni kell az ellenszélnél érvényes ellenállás számításánál, ha a relatív szélességgel dolgozunk, mivel a tényezőket arra az esetre állapították meg, amikor a hajó nyugalomban levő levegőben halad, ahol nincs sebességi gradiens, a szélességnek (V_w) ezzel szemben gradiense van, és ez jelentősen csökkenti a szélereket. A tényezők csökkentési aránya függ a hajó típusától, kb. 25% a viszonylag alacsony víz feletti profilú hajóknál, amilyenek a rakott tankhajók, és lehet akár 40% is a magasabbaknál, mint a személyhajók vagy kompok.

2.2.1.1.1.5 A korrelációs korrekció

Froude kora óta nagyon sok kutatást végeztek, a modellkísérleti eljárások sok fejlődésen mentek át, és ma már sokkal jobban belelátunk azokba a jelenségekbe, amelyek a hajók ellenállását okozzák. A fejlődés ellenére azonban, és annak ellenére, hogy tudjuk, hogy Froude módszere, amikor az ellenállást mindössze két összetevőre választja szét, eleve hibás, a mai módszerek, amelyekkel a modellkísérleti mérési eredményeket a hajó ellenállásviszonyaira számítjuk át, még mindig Froude eljárására épülnek, mert nem rendelkezünk olyan egzakt analitikus matematikai modellel, amely képes lenne leírni a jelenségben érintett komplex fizikai folyamatokat. Nem csodálkozhatunk hát, hogy bár a jelenleg használatban levő számos átszámítási eljárás mindegyike erre a közös alapra épül, mégsem egzaktak, és nem teljesen ugyanazt az ellenállást eredményezik ugyanannál a hajónál, amikor egy adott modellkísérleti adathalmazból kiindulnak. Ez az oka annak, hogy mindegyik átszámítási eljárásnál szükség van kiigazításra, hogy a modellkísérleti eredményekből a hajó ellenállását illetően helyes következtetést lehessen levonni. A kiigazítás formája a *korrelációs korrekció* (C_A), amely úgy jelenik meg, mint az ellenállás harmadik összetevője, de csak a hajó léptékében van értelme, a modellnél nincs. Tehát a modell ellenállásának két-összetevős egyenlete

$$C_{TM} = C_{FM} + C_{RM}$$

a hajónál három-összetevős egyenletté alakul át:

$$C_{TS} = C_{FS} + C_{RS} + C_A$$

A korrelációs korrekció helyes értékeinek meghatározásához az szükséges, hogy precízen mérjék a hajó főgépe által leadott teljesítményt a hajó futóp próbái során, és ezekből a teljes léptékű modellkísérletekből visszszámolják a C_{TS} értékeit, hogy összehasonlíthassák azokat a modellkísérletekből nyert eredményekkel. A modellkísérleti intézetek ezeket a hajó-léptékben mért adatokat azoknál a hajóknál, amelyekre a teljesítményigény átszámításokat a mért modell-adatokból az ő standard módszereikkel végezték el, feldolgozzák, és ennek alapján meg tudják határozni az ő

módszerük alkalmazásakor szükséges korrelációs korrekciók mértékét. Az utána következő új hajóknál aztán már az így meghatározott korrekciókat alkalmazzák. A C_A mértéke nemcsak a modellkísérleti adatok hajóra való átszámításának módszerétől függ, hanem a *léptékhatás hibáktól* is, amelyek a Froude módszer alkalmazásánál elkerülhetetlenek, illetve a hajótest érdességétől is. A hajótest érdességét lehetetlen pontosan átkonvertálni modell-léptékre, ezért a modellt mindig sima felületűre készítik, és az eredmények hajóra átszámítva is sima hajótestre vonatkoznak. A hajótest valóságos érdességét a gyártási és konstrukciós részletek is befolyásolják (hegesztési varratok, nyílások a héjlemezen pl. fenékvíz kidobáshoz, stb.), valamint a hajótestet bevonó festék, még egy új építésű, frissen festett hajótestnél is (vagyis futópróba állapotban levő hajónál). A hajó öregedésével nő a hajótest érdessége, korrózió és algásodás miatt; ezek az üzemi feltételek már nem férnek bele a korrelációs korrekcióba, ezt a főgép teljesítményének megválasztásakor kell számításba venni. Amint arra számítani lehet, igen nagy eltérések lehetnek a korrelációs korrekció értékeiben, amelyeket a különböző modellkísérleti intézetek alkalmaznak és ajánlanak a különböző átszámítási eljárásokhoz. Mindegyik intézet hajótervezőinek meg kell határozniuk saját legjobb becslésüket, és meg kell bizonyosodniuk arról, hogy az összes mérést a módszerek teljes megfelelésével elemezték. Általában az összegyűjtött adatok azt mutatják, hogy a korrelációs korrekciók mértéke csökken a hajótest méreteinek növekedésével, és nagyon nagy hajóknál akár negatív értéket is vehet fel. A következő táblázatban levő értékek az ITTC 1957 görbe súrlódási ellenállás-tényezőinek alkalmazása esetén használhatóak.

2.2.1.1.1.5.1 táblázat Korrelációs korrekciók az ITTC görbéhez*

<i>Hajóhossz a vízvonalon</i>		<i>Korrelációs korrekció</i>
<i>m</i>	<i>láb</i>	C_A
50-150	160-490	$+0.40 \times 10^{-3}$
150-210	490-690	$+0.20 \times 10^{-3}$
210-260	690-850	$+0.10 \times 10^{-3}$
260-300	850-980	0
300-350	980-1.150	-0.10×10^{-3}
350-450	1.150-1.480	-0.25×10^{-3}

* Keller, J. A., 1973. International Shipbuilding Progress, vol. 20