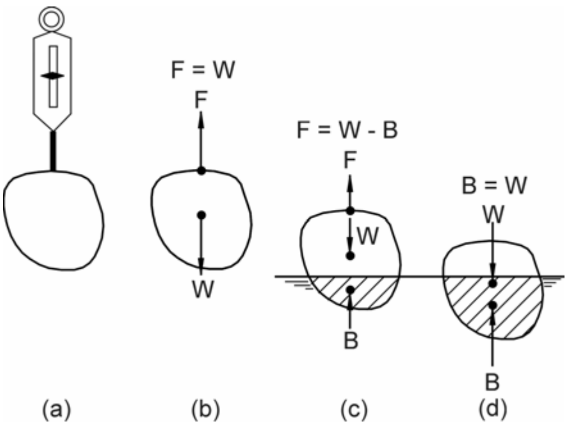
2.3.2.2 Stabilitás és egyensúly

Az a test, amely nyugalomban van, más szavakkal kifejezve *sztatikus egyensúlyi helyzetet* foglal el. A Földön minden testre erők hatnak (pl. saját súlyuk). Az egyensúlyi helyzet olyan állapotot jelent, amikor valamennyi külső erő ki van egyenlítve. Ezt az állapotot első ízben Newton fogalmazta meg első számú mozgástörvényében, amely az alapját képezi a merev testek mechanikájából a sztatikával foglalkozó résznek. Ebben a fejezetben a sztatika törvényei közül azokat foglaljuk össze, amelyek az úszó testre érvényesek.

Archimedes törvénye és az úszási állapot

Ahhoz hogy megértsük az úszó testek sztatikus egyensúlyának természetét és feltételeit, fel kell eleveníteni egy másik fizikai törvényt. Ez az úszó állapotot határozza meg, amely Archimedes törvényének speciális esete. A legegyszerűbb megfogalmazásban Archimedes törvénye kimondja, hogy a folyadékba merített testre felfelé ható erő (*felhajtóerő*) hat, amelynek nagysága megegyezik a test által kiszorított folyadék súlyával. Ez a felhajtóerő tehát a vízkiszorítás eredménye, elfogadott megnevezése a test vízkiszorítása.

Képzeljünk el egy homogén anyagból való szilárd testet, amelyet rugós mérlegre függesztve fokozatosan egyre beljebb merítünk a vízbe. A sztatikus egyensúly elvét és Archimedes törvényét figyelembe véve a 2.3.2.2.1 ábra b, c és d fázisában leolvassuk a rugós mérleg skáláját. Bemerítés előtt nincs felhajtóerő, mivel nincs vízkiszorítás, az egyensúly megköveteli, hogy a rugós mérleg a test súlyával megegyező értéket mutasson, ld. (b) ábra. A (c) ábra szerinti részleges bemerítésnél három erő van egyensúlyban: a test súlya (*W*) lefelé hat, a vízkiszorítás miatt ébredő felhajtóerő (*B*) felfelé, az egyensúlyhoz azonban szükség van a rugó erejére is (*F*), amely *W* mínusz *B* értékének felel meg és szintén felfelé hat.



2.3.2.2.1 ábra Archimedes törvénye

Amint a test egyre mélyebbre merül, úgy nő a kiszorított víz térfogata is, és azzal együtt a felhajtóerő. Tehát a *W* - *B* értéke csökken, mivel a súly konstans. Vajon fog a test úszni? Ez attól függ, mekkora a *B* maximális értéke, amikor a test teljesen bemerül. Ha az egyre növekvő felhajtóerő egyensúlyba tud kerülni a súllyal, ld. (d) ábra, a rugós mérleg skáláján zéró lesz leolvasható, a test pedig egyensúlyban lesz, csak a súly és felhajtóerő fog hatni. Tehát úszni fog. A nagyon nehéz anyagból készült tárgyak (acél, kő) nem úsznak, mert abban az esetben is, amikor teljesen bemerülnek a vízbe, a vízkiszorítás miatt keletkező felhajtóerő kisebb a súlynál. Érthető tehát, hogy egy adott folyadékban mi az *úszás feltétele*. Az, hogy a test súlya kisebb legyen, mint a test teljes térfogatának megfelelő mennyiségű folyadék súlya. Ha a test tömör, ezt még egyszerűbben lehet megfogalmazni. A tömör test minden olyan

folyadékban úszik, amelynek *sűrűsége* nagyobb, mint a test anyagáé (egységnyi térfogat tömege vagy súlya), azokban a folyadékokban pedig, amelyek sűrűsége kisebb, mint a saját anyagáé, elsüllyed. Ha a test nem tömör, amint az egy hajó esetében igaz, a bemerülés mértéke, amikor az úszási állapot kialakul (hajónál a merülés), csak úgy határozható meg, ha mindegyik merülésnél pontosan ismerjük a hajótest „vízvonal alatti" térfogatát (amelynek neve a vízkiszorítás térfogata, ∇), a hajó súlyát (amelyet vízkiszorításnak nevezünk, Δ), valamint a víz sűrűségét. Az alapvető kapcsolat a merülés és vízkiszorítás között egy adott hajó esetében édes- vagy tengervízben redukálható tehát a hajótest által kiszorított térfogat geometriai meghatározására az egyes vízvonalaknál. Ezt az előző fejezetben (2.3.2.1) láthattuk.
Ha az elhangzottakat egyenlet formájában írjuk le, és a Δ jelképet alkalmazzuk a W helyett az úszó test vízkiszorítására (súlyára), a következőt kapjuk:

$$\Delta = \rho g \nabla = \nabla / \delta$$

ahol Δ = a test súlya
ρ = a víz sűrűsége
g = gravitációs gyorsulás
∇ = a kiszorított víz térfogata
$\delta = 1 / \rho g$ = a víz fajtérfogata = a víz sűrűségének reciprok értéke

Látható, hogy ez az egyenlet két elvet foglal magában. A részlegesen vízbe merített testre ható felhajtóerő Archimedes szerint

felhajtóerő = $\rho g \nabla$

illetve az úszó test sztatikus egyensúlyának feltétele

felhajtóerő = gravitációs erő (súly)

Az egyenlet tehát a függőleges erők sztatikus egyensúlyának kifejezése. A ρ jelképet ebben az anyagban a víz (illetve bármilyen homogén anyag) sűrűségének jelölésére használjuk, azaz az egységnyi térfogat tömegét jelenti. A *fajsúly* tehát ρg. A felhajtóerő, vagyis a kiszorított víz súlya ezért egyenlő a vízkiszorítás térfogatának (∇) és a fajsúlynak (ρg) a szorzatával. A sűrűség kifejezésének alternatív módja a *fajtérfogat*, amely a fajsúly reciprok értéke, erre a mennyiségre a δ jelképet használjuk.
Az egyensúlyi állapotot kifejezhetjük mind tömeg-, mind súlyegyensúlyként. Vagyis ahogy az úszó test súlya egyenlő a kiszorított víz súlyával, ugyanúgy az úszó test tömege megegyezik a kiszorított víz tömegével. Tehát az a kifejezés, hogy „vízkiszorítás", amely a hajós szaknyelvben már jó ideje a hajó súlyát jelenti, éppúgy használható annak tömegére is. Ez a konvenció szerepel a *Mértékegységek Nemzetközi Rendszerében* (International System of Units, SI) is. Ezért annak érdekében, hogy a számítások során az egyértelműséget megőrizzük, mind az SI rendszerben, mind a hagyományos hajós terminológiában, vagyis az amerikai rendszerben (amelyet

angolszász mértékrendszernek is neveznek), a következő jelölési módhoz tartjuk magunkat:

Δ mindig súlyban kifejezett vízkiszorítást jelent,
Δ_m mindig a vízkiszorítás tömegét jelöli.

Bár a vízkiszorítás mind súlyban, mind tömegben kifejezhető akár az amerikai, akár az SI mértékrendszerben, illetve ezek egymásba átszámíthatóak, a túlzottan teoretikus megközelítés elkerülése érdekében a hagyományos értelmezéshez fogjuk magunkat tartani, azaz a hajó tömegét SI mértékegységben fejezzük ki, amikor pedig a hajó súlyáról beszélünk, az amerikai mértékegységeket használjuk. A vízkiszorítás kifejezése tehát SI rendszerben:

$$\Delta_m = \rho \nabla$$

ahol Δ_m = a test tömege
ρ = a víz sűrűsége
∇ = a kiszorított víz térfogata.

A fenti egyenletekben használt mértékegységek az egyes mennyiségekre a következők:
amerikai mértékegységek
Δ = vízkiszorítás (súly), long ton (2.240 font = 1,01696 tonna)
ρg = fajsúly, long ton per köbláb
δ = fajsúly reciprok értéke, köbláb per long ton
∇ = kiszorított víz térfogata, köbláb
SI mértékegységek
Δ_m = vízkiszorítás (tömeg), metrikus tonna (1.000 kg)
ρ = sűrűség, metrikus tonna per köbméter
∇ = kiszorított víz térfogata, köbméter.

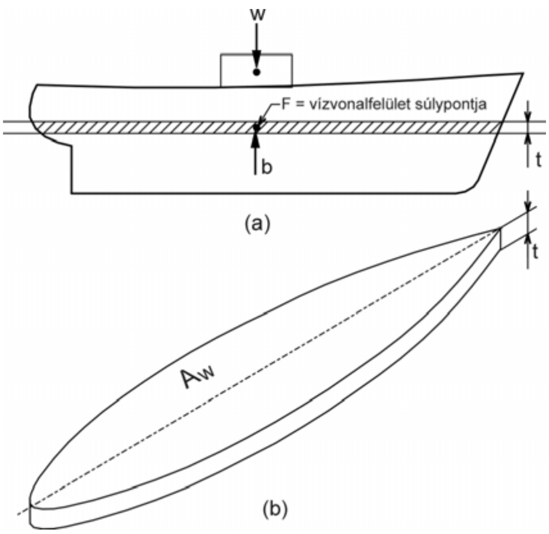
Az alábbi 2.3.2.2.1 táblázat a víz sűrűségi jellemzőit tartalmazza mindkét rendszerben.

2.3.2.2.1 táblázat Tengervíz és édesvíz sűrűségi és fajsúly jellemzői

	Amerikai mértékegységek (g = 32,17 láb/sec^2)		SI mértékegységek (g = 9,807 m/sec^2)	
	édesvíz	tengervíz	édesvíz	tengervíz
Sűrűség	1,94	1,99 slugs/ft^3	1.000	1.025 kg/m^3
		(lb-sec2/ft4)	1,000	1,025 MT/m^3
Fajsúly	62,4	64,0 lb/ft^3	9,807	10,052 kN/m^3
1/fajsúly	36*	35 ft^3/LT	0,1020	0,0995 m^3/kN
Relatív fajsúly (vízhez képest)	1,000	1,025	1,000	1,025

*35.9 pontosabb, de a 36-ot használják inkább, mert könnyebben fejben tartható közelítő érték.

Az egy hüvelyk és egy centiméter merülés-változásra eső vízkiszorítás-változás
A vízkiszorításra felírt egyenlőségek egyaránt érvényesek a hajó vízbemerült részének egyes elemeire és a teljes vízkiszorításra. Amikor például egy bizonyos súlyt raknak be a hajóba, a vízkiszorításnak pontosan annyival kell növekednie, amekkora a hozzáadott súly, hogy az egyensúlyi helyzet továbbra is fennmaradjon. A vízkiszorítás térfogatának pedig annyival kell növekednie, amilyen térfogatú víz súlya megegyezik a hozzáadott súllyal, és így az úszási állapot törvénye ki legyen elégítve. Ezt az elvet használják fel egy különösen hasznos hidrosztatikus jellemző, a *tonna per hüvelyk merülés-változás* vagy *tonna per centiméter merülés-változás* meghatározására. Ezeket a mennyiségeket használják a hajó kismértékű merülés-változásának kiszámításához, amelyet viszonylag kis súlyok be- vagy kirakodása okoz.
Ha a súlyt úgy rakják be, hogy az a hajó teljes hosszán azonos merülés-növekedést okoz, *párhuzamos bemerülésről* beszélünk. Ezt mutatja a 2.3.2.2.2 ábra.



2.3.2.2.2 ábra Párhuzamos bemerülés

Ahhoz, hogy egy hozzáadott súly párhuzamos bemerülést okozzon, arra van szükség, hogy a *súlytöbblet hatásvonala* azonos legyen a többlet vízkiszorítás által keltett *felhajtóerő hatásvonalával*, amint az ábra mutatja. Egy vékony párhuzamos bemerülési réteg esetében a *b*-vel jelölt többlet vízkiszorítás a hajó vízvonalának súlypontjában fog hatni. A réteg, vagyis a többlet vízkiszorítás térfogata

$$v = A_W t$$

ahol A_W = vízvonalterület, láb^2 vagy m^2
t = rétegvastagság, láb vagy m

A réteg által létrehozott vízkiszorítás (felhajtóerő)

$$b = \rho g v$$

amelynek azonosnak kell lennie a hozzáadott súllyal (w). Vagyis

$$w = b = \rho g v = \rho g A_W t$$

Az egyenlet baloldalán álló súly növeli a hajó merülését t értékkel.
A $v = A_W t$ egyenlőség csak abban az esetben egzakt, ha a réteg környezetében a hajó oldala tökéletesen függőleges. Az ilyen hajót doboz-formájúnak nevezzük (pl. *pontonok*). A valóságos hajókra ez nem érvényes, ha azonban a réteg eléggé vékony, pl.

fél vagy egy méter egy szokásos áruszállítónál, az egyenlőségben levő közelítés elfogadható. Az eredmény még pontosabb lesz, ha a réteg egy hüvelyk vagy egy centiméter vastagságú. Ez az egyenlőség, amikor a hozzáadott súly által okozott párhuzamos bemerülés mértéke egységnyi, és annak felhajtóereje tart egyensúlyt a többletsúllyal, definiálja azt a mennyiséget, amelyet „tonna per egységnyi merülés-változás” illetve egységnyi merülés-változásra eső vízkiszorítás-változás néven ismernek azok a hajós tisztek, akiknek jó szolgálatot tesz ki- és berakodás során, esetleg fuvartervezésnél. Amerikai rendszerben a merülés-változás hagyományos mértékegysége a hüvelyk, a súlyok egysége pedig a long ton. Ezeket az egységeket behelyettesítve az egyenletbe megkapjuk a tonna per hüvelyk mértékegységet (tons per inch, *TPI*). Amennyiben t = 1 hüvelyk = 1/12 láb és a tengervíz fajsúlya ρg = 1/35 tons/ft^3

$$w = TPI = \rho g A_W t = (A_W/35)(1/12)$$

akkor $TPI = A_W/420$

SI mértékrendszerben a merülés-változást centiméterben, a tömeget metrikus tonnában fejezzük ki. Így $t = 1/100$ m és $\rho = 1{,}025$ MT/m^3. A tonna per centiméter (*TPC*) alakja

$$TPC = \rho A_W t = (1{,}025 A_W)(1/100)$$

$$TPC = 1{,}025 A_W/100 = A_W/97{,}56$$

ahol A_W mértékegysége négyzetméter. A világtengereken járó hajókhoz készített *jellemző-görbe diagramok* esetében minden merülési értékhez a fent megadott tengervíz-jellemzőket lehet használni. Édesvízben a *TPI* vagy *TPC* értékeit 1,025-tel osztani kell ehhez képest. Folyótorkolatokban közlekedő hajók esetében a *TPI* vagy *TPC* értékeit az érvényes víz-jellemzőkkel kell elosztani.

Példa – A víz sűrűségének befolyása a merülésre
A 2.3.2.2.3 ábra szerinti *dereglye-uszály* súlya 350 LT (long ton), és egyenes úszási helyzetben a bejelölt paraméterekkel rendelkezik. Milyen értékű lesz merülése (*T*) tengervízben? Édesvízben?
A súly és térfogat közti kapcsolat

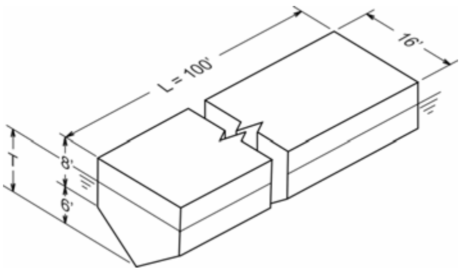
$$\Delta = \rho g \nabla$$

ahol $\Delta = 350$ LT, a fajsúly fordított értéke pedig $\delta = 1/\rho g = 35$ ft^3/LT tengervíznél. Ebből

$$350 = \nabla/35$$

illetve a vízkiszorítás térfogata tengervízben

$\nabla = 35 \times 350 = 12.250\ \text{ft}^3$



2.3.2.2.3 ábra Dereglye-uszály

Ezt a térfogatot egy háromszög alapú hasábon kívül, amely teljesen a víz felszíne alatt van, egy téglatest alkotja. A térfogat ebből:

a háromszög alapú hasáb térfogata = (1/2) x 6 x 16 x 100 = 4.800 ft^3

a téglatest bemerült részének térfogata = (T - 6)(16 x 100) = =1.600(T - 6) ft^3

Tehát

$$1.600(T - 6) + 4.800 = 12.250$$

és a dereglye merülése tengervízben

$$T_S = 10{,}66 \text{ láb.}$$

Édesvízben a fajsúly reciprok értéke 35,9 ft^3/LT, tehát

$$\nabla = 35{,}9 \times 350 = 12.565\ \text{ft}^3$$

és a merülés édesvízben

$$T_F = 10{,}85 \text{ láb.}$$

Ez a példa számos dologra rávilágít az úszási helyzettel kapcsolatban. Például jól látható, hogy édesvízben a hajó merülése nagyobb, mint tengervízben. Ez várható is, hiszen az édesvíz kevésbé sűrű, mint a tengervíz, ezért édesvízből nagyobb térfogatra van szükség, mint tengervízből, hogy ugyanakkora felhajtóerőt hozzon létre. A hajók üzemeltetése során a víz sűrűsége és a merülés között nagyon is fontos gyakorlati kapcsolat van. A *Nemzetközi Konvenció a Hajók Merülés-vonalairól* (International Convention on Load Lines) egyezmény értelmében mindegyik *kereskedelmi hajó* hatósági papírjaiban rögzítve van az *engedélyezett maximális merülés*. Az alapvető engedélyezett merülés-vonal azt a határt jelzi, amelyet a hajó tengervízben nem léphet túl. Ha a hajó édesvízi vagy olyan kikötőben rakodik, ahol a víz sűrűsége az édesvízé és a tengervízé között van, jogosan rak be annyi árut, hogy a tengervízre vonatkozó merülés-vonal víz alá kerüljön, ha az a vízfelszínnel ismét egy vonalba jön, amikor kifut a tengerre.
A példa mutatja, hogy a tengervízben és az édesvízben kialakuló merülés különbségének meghatározása mindössze azt jelenti, hogy mind a két eltérő jellemzővel

bíró vízre el kell végezni a térfogatszámítást. Egy bonyolultabb geometriájú járműnél ez nem lenne ennyire egyszerű eljárás. A számítás általánosabbá tehető, ha figyelembe vesszük, hogy a vízbemerült térfogat változása, amikor a hajó tengervízből édesvízbe halad át, a tengeri merülés-vonal feletti vékony rétegben zajlik le. Ennek a rétegnek a geometriája megközelíthető egy olyan hasábbal, amelynek alsó és felső határoló lapja a vízvonallal azonos, oldala pedig függőleges, amint azt a 2.3.2.2.2 ábra esetében feltételeztük. A következő mennyiségek fognak szerepelni a számításnál:

∇_S = vízbemerült rész térfogata tengervízben
∇_F = vízbemerült rész térfogata édesvízben
ρ_S = tengervíz sűrűsége
ρ_F = édesvíz sűrűsége
A_W = vízvonalfelület
t = rétegvastagság vagy merülés-változás

A réteg térfogatát két módon lehet kifejezni: az édesvízi térfogat mínusz a tengervízi térfogat, valamint annak a hasábnak a térfogata, amelynek alapja az A_W terület és magassága a t vastagság. A két kifejezés egyenlősége:

$$\nabla_F - \nabla_S = A_W t$$

Mivel a jármű súlya (vagy tömege) állandó marad, $\Delta_F = \Delta_S$ azaz

$$\rho_F g \nabla_F = \rho_S g \nabla_S$$

Vagy $\nabla_F = \nabla_S (\rho_S/\rho_F)$

Ha behelyettesítjük az utolsó kifejezést,

$$\nabla_S (\rho_S/\rho_F) - \nabla_S = A_W t$$

$$t = (\nabla_S/A_W)((\rho_S/\rho_F) - 1)$$

Ez az egyenlőség mindkét mértékrendszerben érvényes, az amerikai rendszerben a merülés-változást lábban, az SI rendszerben pedig méterben adja ki. Sőt, mivel a sűrűségek csak hányadosként jelennek meg, használhatunk fajsúlyt vagy sűrűséget egyaránt, illetve a vízhez viszonyított relatív értékeket is.
A legutolsó képletet általános formában is felírhatjuk, akkor bármely két eltérő vízminőség sűrűsége behelyettesíthető. Jelezze a H index a magasabb sűrűségű (high) vizet, az L index pedig az alacsonyabb sűrűségűt (low). A merülés-változás:

$$t = (\nabla_H/A_W)((\rho_H/\rho_L) - 1)$$

Példa

Ellenőrizzük a korábbi dereglye-uszály merülését úgy, hogy kiszámítjuk a merülés-változást, amikor tengervízből édesvízbe úszik át.

$A_W = 100 \text{ x } 16 = 1.600 \text{ ft}^2$
$t = (12.250/1.600)(1,025 - 1) = 0,19 \text{ ft.}$

A tengervíz sűrűségét ezúttal a *vízhez képesti relatív sűrűséggel* vettük figyelembe, a tört nevezője ugyanis az édesvíz sűrűsége. A merülés-változást hozzáadva a tengervízben érvényes merüléshez:

$T_F = T_S + t = 10,66 + 0,19 = 10,85 \text{ ft}$

Példa
Egy áruszállító hajó hossza 161 m, szélessége 23,2 m, olyan kikötőben áll, ahol a víz sűrűsége 1.010 kg/m^3. A hajót olyan merülésig kell megrakni, amely a tengerre való kifutás után 8,75 m-re áll be. A hajó jellemző görbéiben, amelyeket tengervízre készítettek el, 8,75 m merülésnél 19.420 MT vízkiszorítási tömeg szerepel, a *TPC* pedig 27,62 MT/cm. Milyen legyen a kikötőben a hajó merülése berakodás után?
Ebben az esetben a H indexet kell használnunk tengervízhez és az L indexet a kikötőben. Így

$\rho_H = 1,025 \text{ MT/m}^3$ a 2.3.2.2.1 táblázat szerint
$\rho_L = 1.010 \text{ kg/m}^3 = 1,010 \text{ MT/m}^3$ adat
$\nabla_H = \Delta_{mH}/\rho_H = 19.420/1,025 = 18.946 \text{ m}^3$
$A_W = 97,56 \text{ x } TPC = 97,56 \text{ x } 27,62 = 2.694,6 \text{ m}^2$
$t = (\nabla_H/A_W)((\rho_H/\rho_L) - 1) = (18.946/2.694,6)((1,025/1,010) - 1) =$
$=0,104 \text{ m, kb. } 0,10 \text{ m}$

Tehát a kikötőben a merülés 0,10 m értékkel nagyobb lesz, mint a szükséges merülés tengervízben, ezért a hajót a kikötőben úgy kell megrakni, hogy merülése ott $T = 8,75 + +0,10 = 8,85$ m legyen.

2.3.2.2.1 Keresztirányú stabilitás

2.3.2.2.1.1 A kezdeti keresztirányú stabilitás

Az úszó test egyensúlyi állapota
Az eddigiekben az úszó jármű sztatikus egyensúlya úgy alakult ki, hogy a vízkiszorítás miatt keletkező felfelé ható erő kiegyenlítette a lefelé ható súlyerőt. Azaz a testre ható erők eredője zéró volt. Ahhoz azonban, hogy a test egyensúlyban legyen, azt is látni kell, hogy a testre ható erők nyomatékának eredője is nullával egyenlőnek kell lennie. Tehát ismernünk kell az erők hatásvonalának helyét éppúgy, mint azok nagyságát és irányát. A két erőt a következőképpen lehet jellemezni.
(e) A *súlyerő* függőlegesen lefelé hat a test súlypontjában (*rendszersúlypont*, *G*).

(f) A vízkiszorítással létrejövő *felhajtóerő* függőlegesen felfelé hat a test *vízbemerült térfogatának súlypontjában* (*B*).

Az egyensúlyi helyzet két feltétele.

1. A felhajtóerő nagysága egyenlő a súlyerőével (az eredő erő nagysága zéró).
2. A rendszersúlypont és a *vízkiszorítás súlypontja* ugyanarra a függőleges egyenesre egyik (az eredő nyomaték nagysága zéró).

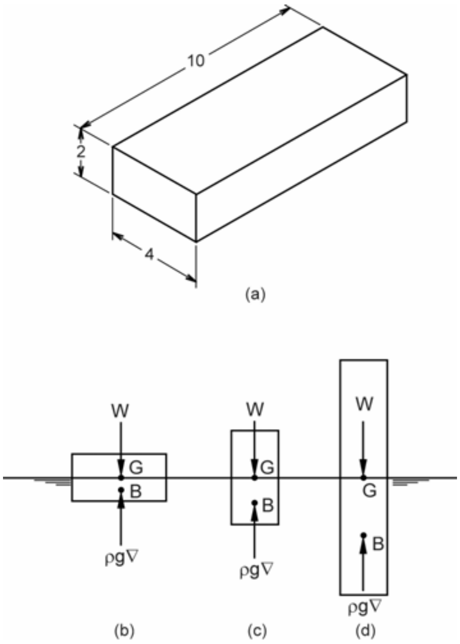
A 2.2 fejezetben láthattuk, hogy a vízkiszorítás súlypontja a hajótest vízbemerült térfogatának súlypontja (*B*). Helyzete egyedül a hajótest vízbemerült részének geometriájától függ, tehát koordinátái, azaz függőleges helyzete (*KB*, a *B* magassága a gerinc felett) és vízszintes helyzete (*LCB*, a *B* távolsága a hajóhossz mentén a referencia bordametszettől) hidrosztatikai jellemzőként meghatározhatók. A hajótest bal és jobboldalának szimmetriája miatt a *TCB* (transverse centre of buoyancy, a *B* távolsága a hossz-szimmetria síktól) a hajó egyenes úszási helyzetében zéróval egyenlő.
A hajó rendszersúlypontja ezzel szemben nem határozható meg a hajótest geometriája alapján. A tervezési vízvonalig megrakott hajó számos külön tételből áll (vasszerkezet, gépek, berendezések, rakomány, üzemanyag, ellátmány, stb.), mindegyik saját súlyával és helyzetével járul hozzá a hajó súlyához és súlypont-helyzetéhez. Egy ilyen súlyerő-rendszer súlypontját úgy definiálhatjuk, mint azt a pontot, amelyben feltételezés szerint a rendszer teljes eredője (az egyes súlyok összessége) hat a rendszer sztatikus viselkedésének számítása során. Ez egyben a hajó *tömeg-középpontja* is. A súlypont legfőbb tulajdonsága az, hogy a súlyok nyomatéka (a rendszer egyes súlyai által létrehozott nyomatékok összege) az azon átmenő bármelyik tengelyre véve nullával egyenlő. A vízkiszorítás súlyához hasonlóan a rendszersúlypontot is tökéletesen meghatározza három koordinátája a hajó fő referenciasíkjaihoz képest:

KG = a *G* magassága az alapvonal vagy gerinc felett,
LCG = a *G* távolsága a hajóhossz mentén a referencia bordametszettől,
TCG = a *G* távolsága keresztirányban a hossz-szimmetria síktól.

Ezeknek a koordinátáknak a számítási módjával a későbbiekben foglalkozunk.

Abban a speciális esetben, ha homogén tömör úszó tárgyról beszélünk, annak súlypontja a tárgy geometriai súlypontjával esik egybe.
A 2.3.2.2.1.1.1 ábra egy téglatest alakú fadarabot mutat, amelynek hossza 10 egység, szélessége 4 egység, magassága pedig 2 egység. Fajsúlya a vízhez képest 0,50. Hányféle úszási egyensúlyi helyzet létezik ennek a fatömbnek az esetében, ha édesvízbe helyezzük? Komoly számítás nélkül meg lehet mondani, hogy mivel a tömb csak feleakkora súlyú, mint a megfelelő térfogatú édesvíz, úszás közben félig fog bemerülni. A felhajtóerő ($\rho g \nabla$) ebben az esetben lesz egyenlő a gravitációs erővel vagyis a súllyal (Δ), és a rendszerre ható függőleges erők eredője zéró lesz. De azt is be kell bizonyítanunk, hogy nincs a tömbre ható nyomaték sem. Vagyis a félig való bemerülés végtelen számú lehetősége közül csak azokban lesznek kielégítve az *egyensúlyi helyzet feltételei*, amelyek esetében a test súlypontja és a vízkiszorítás súlypontja tökéletesen rajta van ugyanazon a függőleges egyenesen. A tömb súlypontja annak geometriai középpontjában van, a vízkiszorítás súlypontja pedig a bemerült térfogat geometriai középpontjában helyezkedik el. Kis következtetéssel rá lehet jönni, hogy a tömb hat

olyan helyzetet foglalhat el, amelyek kielégítik a „nyomaték-mentesség” feltételét. Az ábra ezeket is mutatja, természetesen mindegyik eset két azonos változatban fordulhat elő.



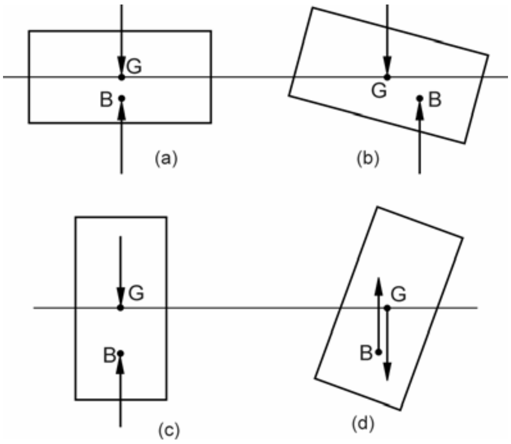
2.3.2.2.1.1.1 ábra Fatömb egyensúlyi állapotai

A sztatikus egyensúly feltételeit ugyan mind hat eset kielégíti, azonban ezek közül nem mindegyik fordul elő a természetben. Megérzésünk és tapasztalatunk alapján kitaláljuk, hogyan fog úszni ez az egyszerű deszkadarab, és kimondhatjuk, hogy a hat közül csak két eset fordulhat elő, a (b) ábra szerinti. Ennek megértéséhez vizsgálnunk kell a test viselkedését, amikor kis mértékben kitérítjük az egyensúlyi helyzetekből.

Stabil, semleges és labilis egyensúlyi állapot
A sztatikus egyensúlyi állapotnak három változata van. Attól függően sorolható egy adott állapot valamelyik kategóriába, hogyan reagál a test, amikor valamilyen külső hatás kis mértékben kitéríti egyensúlyi helyzetéből, amitől a rá ható erők megváltoznak. Tehát a tárgy egyensúlyi helyzete lehet:
- stabil – ha a rá ható új erők eredeti helyzetébe akarják visszatéríteni,
- labilis – ha a rá ható új erők olyan értelemben hatnak, ami az egyensúlyi helyzettől való eltérést növeli,
- semleges – ha kitérített helyzetében is egyensúlyban lesz.

A deszka úszási helyzetére vonatkozó megfigyeléseink azt sugallják, hogy a (b) ábra szerinti a stabil helyzet, ugyanakkor a (c) és (d) szerinti helyzet labilis. Ennek igazolására meg kell vizsgálnunk azokat az erőket, amelyek olyankor hatnak, ha egy testet kimozdítunk az egyensúlyi állapotból, más szavakkal megzavarjuk. Amikor a hajók keresztstabilitását vizsgáljuk, feltételezhetjük, hogy a *megzavarás* a testet kis mértékben elfordítja egy adott hosszirányú tengely körül. Az ezzel összefüggésbe hozható stabilitás elnevezése *kezdeti sztatikus keresztirányú stabilitás*. A kifejezés fontos elemei:
- *kezdeti* – nagyon kis szögű elfordulás, a test majdnem egyenes úszási helyzetben marad,
- *keresztirányú* – a kitérés iránya keresztben, egy hosszirányú tengely körül történik; az ilyen elfordulás neve „*megdőlés*”,
- *sztatikus* – az elfordulás sebessége és tehetetlenségi (inercia) hatásai elhanyagolhatóak; kizárólag a nyomatékok iránya és nagysága számít,
- *stabilitás* – tendencia a test oldaláról, hogy visszatérjen kezdeti egyensúlyi helyzetébe.

Először az egyensúlyi helyzetben levő téglatest alakú tárgyat vizsgáljuk meg, amelyet a 2.3.2.2.1.1.2 ábra mutat, azaz a lehető legnagyobb vízvonalfelületen (4 x 10) úszva.



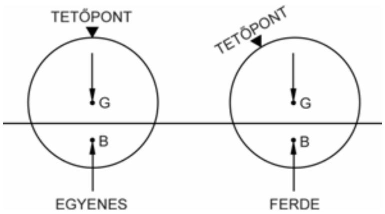
2.3.2.2.1.1.2 ábra Stabilitás-próba

A test szimmetriája és tömörsége miatt a rendszersúlypont és a vízkiszorítás súlypontja könnyen meghatározható a tömb illetve a vízbemerült térfogatrész geometriai középpontjában. Amikor a tömböt kis szögben az óra járásával megegyezően megdöntjük, ld. (b) ábra, a vízkiszorítás súlypontja a mélyebben bemerülő oldal felé tolódik el, mert a vízbemerült térfogat alakja téglatestből trapézalapú hasábba megy át. A rendszersúlypont nem változik. A két erő nagysága és iránya szintén nem változik, de hatásvonaluk már nem esik egybe, így *erőpárt* alkotnak, amely nyomatékot hoz létre. Ezt a nyomatékot ebben az esetben úgy nevezzük, hogy *visszatérítő nyomaték*, mert értelme ellentétes a kitérítés irányával, amelyet a kezdeti megzavarás okozott, tehát az órajárás irányával ellentétes. Amint a zavaró erőhatás megszűnik, a tömb visszatér *kezdeti egyensúlyi helyzetébe*, ezt tehát stabil egyensúlyi állapotnak nevezhető.

Ha ugyanaz a téglatest alakú fadarab úgy úszik, hogy nagyobb felülete függőleges, mint a (c) és (d) ábrán, a súly és a vízkiszorításból eredő felhajtóerő, mint erőpár által létrehozott nyomaték értelme ugyanolyan, mint az eredeti megdőlésé – az ábrán az óra járásával megegyező. Emiatt *kitérítő nyomatéknak* kell nevezni, mivel a testet kezdeti helyzetéből eltéríteni igyekszik, amíg az el nem ér egy új egyensúlyi állapotot. Az eredeti helyzet tehát labilis egyensúlyi állapot. Labilis egyensúlyi állapot a gyakorlatban nem tartható fenn, mivel nagyon valószínűtlen a természetben, hogy a legkisebb zavaró hatást is el lehessen kerülni, amely kitérítő nyomatékot okozna. Az ábra (c) és (d) részlete tehát labilis egyensúlyi állapotot mutat.

A stabilitási próbát a tömbön úgy is elvégezhettük volna, hogy nem kereszt-, hanem hosszirányban térítjük ki az egyensúlyi helyzetből úgy, hogy egyik végét kissé lenyomjuk. Nyilvánvaló, hogy vissza fog térni az eredeti helyzetbe, amint az erő megszűnik. A tömb tehát hosszirányban is stabil a szögeltérítéssel szemben. A hosszstabilitással azonban később foglalkozunk.

Különleges stabilitási állapotról beszélhetünk egy henger-alakú tömör rúd esetében.



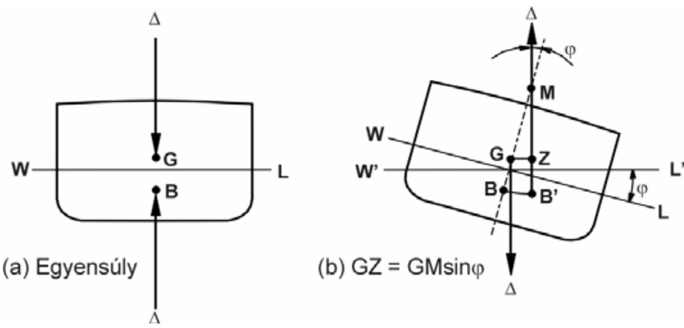
2.3.2.2.1.1.3 ábra Semleges egyensúly

Amint a 2.3.2.2.1.1.3 ábra mutatja, hogy a súlyerő és a felhajtóerő egy vonalba esik bármilyen helyzetben. A test semmilyen elfordítása sem fog kitérítő vagy visszatérítő nyomatékot eredményezni, hiszen ez a tárgy semleges vagy indifferens stabilitási állapotban van. Ugyanez a helyzet gömb esetében is.

Ez természetesen nem bizonyítható kísérlettel, mivel sem hengert, sem gömböt nem lehet tökéletesen szabályosra készíteni, amellett az anyag homogenitása is csak elmélet.

A kezdeti keresztstabilitás mérése

Láttuk, hogy egy test lehet stabil vagy labilis egyensúlyi állapotban, de nézzük meg azt is, hogyan lehet a stabilitást vagy annak ellenkezőjét mérni, azaz mekkora a test stabilitása vagy labilitása. Erre a kérdésre a választ a nyomaték (visszatérítő vagy kitérítő) nagysága adja meg, mivel az a kitérített helyzetben jön létre. A test vízkiszorítása (súlya) nem változik megdőlés közben, a nyomaték nagysága tehát attól függ, mekkora a távolság a súlyerő és a felhajtóerő hatásvonala között, vagyis végső soron attól a *pályától, amelyet a vízkiszorítás súlypontja leír*, amikor a test kimozdul az egyenes úszási helyzetből.



2.3.2.2.1.1.4 ábra A visszatérítő nyomaték karja (*GZ*)

Ennek a folyamatnak a megértéséhez nézzük meg a 2.3.2.2.1.1.4 ábra szerinti hajót, amelynek egyenes úszási helyzetében jelölve van a rendszersúlypont és a vízkiszorítás súlypont helye.

A hajót ezután egy külső erő φ szöggel megdönti, vagyis ez úgy történik, hogy nem változik meg sem a vízkiszorítás nagysága, sem a rendszersúlypont helye. Az eredmény, amely a (b) ábrán látható, az, hogy miközben a vízkiszorítás térfogata változatlan marad, alakja megváltozik, és a vízkiszorítás súlypontja elmozdul abba az irányba, amerre a hajó megdől. Megdőlt helyzetben vízszintes vonalat húzunk a *G* pontból, amely a felhajtóerő hatásvonalát a *Z* pontban metszi. Ezt a *GZ* távolságot nevezzük a *visszatérítő nyomaték karjának*, a Δ x *GZ* nyomaték pedig a *visszatérítő nyomaték*. A hajó stabil egyensúlyi állapotban volt, mivel a nyomaték visszatéríteni akarja, nem kitéríteni. A pálya, amelyet a vízkiszorítás súlypontja leír a *B* pontból a *B*' pontba, amint a hajó megdől, nagyon kis dőlésszögeknél körívvel közelíthető. Ez csak akkor igaz, ha a szög valóban nagyon kicsi, a közelítés normál hajótestek esetében azonban kielégítő 10 fok megdőlés alatt. A *kezdeti keresztstabilitási vizsgálatoknál* a *megdőlés szögét* erre az intervallumra korlátozzuk, a következő elemzés pedig ilyen szögekre vonatkozik. A kísérő ábrákon azonban a szögek túlzottan vannak rajzolva az ábra érthetősége érdekében.

A metacentrum és a metacentrikus magasság

A 2.3.2.2.1.1.4 ábra (b) részletén a hajó középvonala, amely merőleges az egyenes úszási állapot *WL* vízvonalára, képezi egyben a felhajtóerő hatásvonalát egyenes úszásnál (a). Megdőlt helyzetben (b) a felhajtóerő, amely függőlegesen felfelé hat a vízkiszorítás új *B*' súlypontjában, merőleges a megdőlésnél létrejövő új *W*'*L*' vízvonalra. A két vonal az *M*-mel jelölt pontban metszi egymást, az általuk bezárt szög pedig a φ (kis) dőlésszög. Az *M* pont, amelynek neve a *keresztstabilitás metacentruma*, úgy határozható meg, mint az egyenes úszásnál ébredő felhajtóerő hatásvonalának és a nagyon kis dőlésnél ébredő felhajtóerő hatásvonalának metszéspontja, amikor megdőlés közben a vízkiszorítás nagysága nem változik. Nyilvánvaló, hogy mindaddig, amíg a vízkiszorítás súlypontja által leírt pálya egymás utáni kis dőlésszögeknél körív, a felhajtóerő hatásvonalai minden esetben az M pontban metszik egymást, tehát ez a középpontja annak a körpályának, amelyen a hajó vízkiszorításának súlypontja mozog a hajó kis szögű megdőlésénél. A körpálya sugara *BM*, ennek megnevezése *metacentrikus sugár*. A visszatérítő nyomaték karját a *G* és *M* egymáshoz képesti helyzete határozza meg, mivel

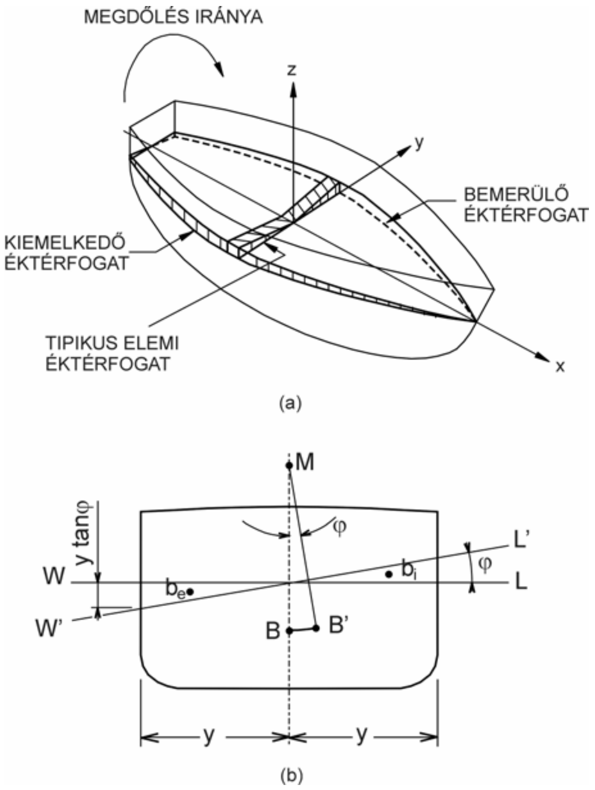
$$GZ = GM \sin \varphi \qquad [\varphi \rightarrow 0]$$

ahol a *GM* megnevezése *metacentrikus magasság*. Az ábra jól szemlélteti, hogy a visszatérítő nyomaték karja, azzal együtt a hajó stabilitása közvetlenül függ a metacentrikus magasságtól. Ha a *G* az *M* alatt van, mint az ábrán, a *GZ* visszatérítő kar. Ha a *G* és az *M* egybeesik, a *GZ* nagysága zéró, a hajó pedig semleges stabilitási állapotban van. Ha a *G* az *M* fölé kerül, a *GZ* kitérítő, vagyis felborító kar, a hajó pedig labilis állapotban van.

A hajó *kezdeti stabilitásának kiszámításához* ismernünk kell mind a *G*, mind az *M* helyét. A *G* helye a hajó összes súlyösszetevőjének elosztásától függ, tehát a hajó *rakodási állapotától*. Ennek számítási módjáról még lesz szó. A metacentrum (*M*) helye a *hajótest geometriájától* függ, mivel ez befolyásolja azt a pályát, amelyet a vízkiszorítás súlypontja leír, amikor a hajó megdől. Ahhoz tehát, hogy lássuk, hogyan határozható meg az *M* helyzete a megdőlés hatására, a vízbemerült térfogat alakjának változását kell megvizsgálnunk ennek a folyamatnak a során.

Amikor a 2.3.2.2.1.1.5 ábrán látható hajó egy kis φ mértékű megdőlést szenved, a „*magas oldalon*” (a megdőléssel ellentétesen) egy hosszú ék-alakú térfogat emelkedik ki a vízből, ugyanakkor egy hasonló formájú térfogat bemerül a vízbe az „*alacsony oldalon*”, azaz a dőlés irányában. A *kiemelkedő* térfogattal megszűnő felhajtóerő átkerül az *ék-alakú térfogat súlypontjából* a *bemerülő térfogat súlypontjába*. Ez a felhajtóerő-elmozdulás a hajó vízkiszítás súlypontjának elmozdulását okozza. Annak feltételezésével, hogy a súlypont áthelyeződése során a vízkiszorítás mérete nem változik, a megdőlés szöge nagyon kicsi és a hajó oldala a nagyon kis vastagságú ék-alakú térfogat környezetében függőleges, a hajó tipikus keresztmetszetét az ábra (b) részlete szerint rajzolhatjuk meg. A jelölt mennyiségek:

WL = az egyenes úszáshoz tartozó vízvonal
W'L' = a megdőlt úszáshoz tartozó vízvonal
y = a hajó vízvonalának félszélessége
b_e = a kiemelkedő ék súlypontja
b_i = a bemerült ék súlypontja



2.3.2.2.1.1.5 ábra A vízbemerült térfogat alakjának változása a megdőlés hatására

A többi jelkép a korábban definiáltak szerint értelmezendő. Mivel a vízvonal félszélességei változnak a hajóhossz mentén, először is egy dx hosszúságú elemi térfogatszelet jellemzőit kell meghatároznunk, majd integrálnunk kell a hajó hossza mentén. Az elemi éktérfogat az ék felületének és hosszának szorzata:

$$dv_e = dv_i = ½\, y\, (y \tan \varphi)\, dx$$

Ez a térfogat a b_e pontból a b_i pontba helyeződik át, amelyek távolsága azzal a megszorítással, hogy a φ értéke megközelítőleg nulla, merőleges a hajó szimmetriasíkjára, nagysága pedig

$$\overline{b_e b_i} = 4/3\ y$$

Tehát a kiemelkedő és bemerült ék közötti térfogat-áthelyezés nyomatéka

$$dm = \overline{b_e b_i}\, dv = (4/3\ y)\,(1/2\ y^2 \tan\varphi\, dx) = 2/3\ y^3 \tan\varphi\, dx$$

Ahhoz, hogy az egész hajó esetében a térfogat-áthelyezés nyomatékát megkapjuk, az elemi térfogat nyomatékát kell integrálni a hajó hossza mentén:

$$v\, \overline{b_e b_i} = 2/3 \int_0^L y^3\, dx\, (\tan\varphi)$$

A hajótest geometria jellemzőinek számítása során láttuk, hogy a hajó teljes hosszára véve $2/3 \int y^3\, dx$ a hajó vízvonalának keresztirányú inercianyomatéka (I_T). Tehát a vízkiszorítás térfogat-áthelyezésének nyomatéka a következőképpen írható:

$$v\, \overline{b_e b_i} = I_T \tan\varphi$$

Ennek a nyomatéknak a hatására a hajó teljes ∇ vízkiszorításának B súlypontja elmozdul a B' pontba. A $\overline{BB'}$ elmozdulás iránya párhuzamos a $\overline{b_e b_i}$ elmozdulás irányával, amelynek eredményeként olyan nyomaték ébred, amely kiegyenlíti a térfogat-áthelyeződésből eredő nyomatékot. Tehát

$$\nabla\, \overline{BB'} = v\, \overline{b_e b_i} = I_T \tan\varphi$$

és a 2.3.2.2.1.4 (b) ábra szerint

$$\overline{BB'} = BM \tan\varphi$$

Tehát

$$\nabla BM \tan\varphi = I_T \tan\varphi$$

$$BM = I_T / \nabla$$

A legutolsó egyenlet szavakban úgy fejezhető ki, hogy a *keresztirányú metacentrikus sugár* egyenlő a *vízvonal keresztirányú inercianyomatékának* és a *vízkiszorítás térfogatának* a hányadosával.
Ebből a kapcsolatból számos lényeges következtetés vonható le. Rámutat például, hogy a hajó keresztirányú metacentrumának helye egyedül a hajótest vízbemerült részének geometriájától függ, vagyis annak alakjától. Egy adott hajó esetében a metacentrum magassága a gerinc felett (*KM*)

$$KM = KB + BM$$

mivel pedig mind a *KB*, mind a *BM* a hajó alakjának jellemzői, tehát a *KM* is az. Mivel a metacentrum a hajó rendszersúlypontjának legnagyobb magasságát jelöli ahhoz, hogy a hajó stabil úszáshelyzetet foglalhasson el, ha a hajó üzemeltetője ill. kezelője ismeri a *KM* értékét minden merülésnél, az irányt mutat neki abban, hogyan kell megrakni a hajót, hogy a rendszersúlypontot a metacentrum alatt lehessen tartani. Azt is észre kell vennünk, hogy a vízvonal inercianyomatéka dönti el nagyrészt a metacentrum magasságát, tehát a hajó stabilitását. Mivel a hajó szélessége ennyire nagy befolyással bír az I_T értékére (a szélesség köbével arányos), nem okoz meglepetést, hogy a széles úszó objektumok stabilabbak, mint a keskenyek. Korábbi sejtéseink, hogy a deszka szélesebb felületén fogy úszni, mert így lehet maximális a vízvonalfelület inercianyomatéka, azzal pedig a metacentrum magassága, illetve a test stabilitása, beigazolódtak.

Példa
Bizonyítsuk be, hogy a 2 x 4 x 10 hüvelyk méretű deszka, amelynek a vízhez képesti sűrűsége 0,50, és amelyet a 2.3.2.2.4 ábrán láthatunk, stabil a (b) állapotban, és labilis (instabil) a (c) állapotban. Számítsuk ki ehhez a metacentrikus magasságot mindegyik helyzetben.
A hajóelméleti elnevezéseket alkalmazva az úszó deszkára, láthatjuk, hogy a (b) állapotnál $L = 10$, $B = 4$, $H = 2$ és $T = 1$ hüvelyk (hossz, szélesség, oldalmagasság és merülés). A (c) állapotnál a megfelelő főméretek $L = 10$, $B = 2$, $H = 4$ és $T = 2$. A K gerincpont a definíció szerint az alapvonal és a hossz-szimmetria sík metszéspontja, ez a referenciapont a magassági méretekhez. A (b) esetnél a keresztirányú inercianyomaték

$I_T = LB^3 / 12 = 10 \times 4^3 /12 = 53{,}33 \text{ in}^4$

Nyilvánvaló, hogy ez az egyszerű képlet az I_T meghatározásához csak a téglalap alakú vízvonalra érvényes. Ellenőrizhető a integrációs formulával, ha y = $B/2$ konstans értéket helyettesítjük be

$$I_T = 2/3 \int_0^L y^3\, dx = 2/3\, (B/2)^3 \int_0^L dx = 1/12\, B^3 L = LB^3 / 12$$

$$\nabla = LBT = 10 \times 4 \times 1 = 40 \text{ in}^3 \text{ (téglaalakú „hajótest”)}$$

$$BM = I_T / \nabla = 53{,}33/40 = 1{,}33 \text{ in}$$

Természetesen ehhez az egyszerű geometriához különleges képletet tudunk a *BM* értékére kreálni, mégpedig

$$BM = I_T / \nabla = (1/12\, L\, B^3) / (LBT) = B^2 / (12T)$$

Óvatosan kell használni ezt a csábítóan egyszerű képletet a *BM*-hez. (Ez is csak a tökéletesen téglaalakú hajótest (fatömb) esetében használható. A hajótestek esetében a *BM* meghatározásához az I_T és a ∇ értékét ki kell számítani numerikus integrálással, ahogy a hajótest geometriai jellemzőivel foglalkozó fejezetben láttuk.) Hasonló módon a téglaalakú hajótesthez a vízkiszorítás súlypontjának magasságát is egyszerű képlettel kapjuk meg,

$$KB = T/2 = 1/2 = 0{,}5 \text{ in}$$

A tömb súlypontja tömör homogén jellege miatt mértani középpontjában van.

$$KG = H/2 = 1{,}0 \text{ in}$$

A metacentrikus magasság ebből

$$GM = KM - KG = KB + BM - KG = 0{,}50 + 1{,}33 - 1{,}00 = 0{,}83 \text{ in}$$

Mivel a *G* az *M* alatt van, a *GM* pozitív értékű, a deszka tehát stabilan úszik. A (c) állapothoz a számítás a következő:

$$BM = B^2 / 12T = 2^2 / (12 \times 2) = 0{,}17 \text{ in}$$

$$KB = T/2 = 2/2 = 1{,}00 \text{ in}$$

$$KG = H/2 = 4/2 = 2{,}00 \text{ in}$$

$$GM = KB + BM - KG = 1{,}00 + 0{,}17 - 2{,}00 = -0{,}83 \text{ in}$$

Tehát a *GM* negatív értékű, az *M* a *G* alatt helyezkedik el, a deszka tehát ebben a helyzetben instabil.
Nem lehet nem észrevenni, hogy a *BM* metacentrikus sugár a (c) esetben sokkal kisebb. Ennek oka a deszka kis „szélessége” ebben az esetben. Ha az I_T értékét közvetlenül kiszámítottuk volna itt is, az 1/12 x 10 x 2^3 = 6,67 in^4 lett volna, szemben az 53,33 in^4 értékkel, ami a (b) állapotra kiadódott. A vízkiszorítás térfogata nem változott a két eset között, látjuk tehát, hogy a vízvonal szélességének milyen nagy hatása van a keresztirányú stabilitásra.
Az előző példa arra volt jó, hogy bizonyos méretek befolyása világosan látható legyen anélkül, hogy sok számítást kelljen elvégezni a stabilitás elemeinek (*KB*, *BM* és *KG*) meghatározásához. A hajó ugyanis a példában szereplő deszkával szemben sokkal bonyolultabb alakú, tehát ott az elemek kiszámítása nem egyszerű egyenletek, hanem numerikus integrálás segítségével történik. És nem egyetlen merülési értékre, hanem a teljes valószínű merülési intervallumra.

A rendszersúlypont
A metacentrummal ellentétben a rendszersúlypont nem a hajótest geometriájától függ. Annak helyzetét a hajón levő összes súlyösszetevő eloszlása határozza meg, beleértve magát a hajót is és mindent, amit szállít. A hajó nem tömör és a rakomány sem az, tehát súlypontját nem a mértani alakja határozza meg, mint a vízen úszó deszkánál. Amikor egy diszkrét elemekből álló súlyrendszer súlypontját kell meghatároznunk, két dolgot kell ismernünk mindegyik *súlyösszetevőről*:
- a súly nagyságát,
- súlypontjának helyzetét a hajóban.

Tehát mindegyik súlyösszetevőnél súlypontjának három koordinátájára van szükség a hajó referenciasíkjaihoz képest, amint azt már korábban a geometriai vizsgálatoknál láttuk, a súlypont függőleges, a hosszirányú és a keresztirányú helyére. Jelen esetben a keresztirányú stabilitás vizsgálatánál a rendszersúlypontnak csak a függőleges *KG* koordinátájára van szükségünk, tehát a súlyösszetevőknek is csak a z tengely irányában mért koordinátájával kell foglalkoznunk. A hosszirányú x koordinátákra a hossz-stabilitásnál, a keresztirányú y koordinátákra a kezdeti dőlést előidéző rakodásnál és hasonló esetekben támaszkodunk.
Az egyes súlyösszetevők súlyának (w_i) és függőleges súlypont-koordinátájának (z_i) ismeretében a teljes hajó súlyának (Δ) és súlypontmagasságának(*KG*) kiszámítását úgy végezzük el, hogy felírjuk a Δ hajósúly alapvonalra, vagyis a gerincre vett nyomatékának és az összes *w* súlyelem ugyanarra a referenciasíkra vett nyomatékának az egyenlőségét.

$$\Delta \text{ x } KG = \Sigma\,(w_i \text{ x } z_i)$$

$$KG = (\Sigma\,(w_i \text{ x } z_i)) / \Delta$$

ahol Δ = teljes súly (a hajó vízkiszorítása) = Σw_i
i = 1, 2, 3, ... a rendszer összes súlyösszetevőjének sorszáma (hajó + rakomány)

Ha a hajó vízkiszorítását és a hajóra berakott tételek súlyát tömegként számoljuk, ahogy az SI mértékrendszerben tesszük, a képletet úgy írjuk fel, hogy Δ helyett Δ_m és a w_i elemi súlyok helyett m_i elemi tömegek szerepelnek benne. Az egyenlőség egyszerű alakban van, de megoldása idő- és munkaigényes, mivel az összetevők száma igen nagy is lehet. A számítás racionalizálása érdekében a súlyösszetevőket csoportosítani szoktuk típus szerint, és a megfelelő számítógépes programok segítenek a számítás gyorsabb és hibátlan elvégzésében. A művelet manuális elvégzésénél a hibák elkerülhetetlenek, ezért azt többször is meg kell ismételni.

A súlyok osztályozása
A hajó tervezése során a hajó részeinek súlyát és súlypontjuk helyét becsülni kell, hogy a hajó méreteit és jellemzőit, ha szükséges, módosítani lehessen annak érdekében, hogy a kellő stabilitást biztosítani lehessen, ha a hajó építése befejeződik és a tervezett hordképességnek megfelelően meg van rakva. Ilyenkor a hajótervező általában a *standard súly-osztályozást* követi. Ilyen osztályozási irányelveket a nagyobb hajóépítéssel és hajózással foglalkozó országok *tengerészeti intézményei* adnak ki (pl. U.S. Maritime Administration). Más intézmények vagy hajótervező irodák saját rendszereket dolgoznak ki. Az általános osztályozási rendszer le van bontva alkategóriákra egészen az egyes szerkezeti elemekig és beépítendő gépészeti berendezés egységekig. Ezeknek a lebontásoknak az elvei általában a következők.

- *A hajó vasszerkezete* – a hajótest szerkezeti elemeit tartalmazza.
- *Propulziós berendezések* – gépek, irányváltó-művek, tengelyek, hajócsavarok és a főgép üzeméhez szükséges segédgépek illetve felszerelések.
- *Felszerelések* – lakóterek berendezése, navigációs felszerelések, rakománykezelő gépek és szerkezetek, stb., bútorzat, asztalos-termékek, fedélzeti burkolatok, festék, és hasonló anyagok és felszerelések.

Ez a három kategória mindazokat a tételeket tartalmazza, amelyek a hajó állandó részét képezik, de semmilyen rakományjellegű tétel nincs közöttük, amilyen pl. a hasznos teher (rakomány), üzemanyag, személyzet, ivóvíz, élelmiszer, ballasztvíz, stb. Amikor ezek az utóbbiak nincsenek a hajón, azt az állapotot *üres* állapotnak nevezzük, a hajó súlyát pedig ebben az állapotban *üres hajósúly,* vagy *üres vízkiszorítás* néven ismerjük. Tömege az *üres tömeg.*

Példa Egy 150 m hosszú áruszállító hajó tömegösszetevői és azok súlypont-koordinátái a következők.

Vasszerkezet	4.402 MT a gerinc felett	7,7 m-en
Gépberendezés	889 MT a gerinc felett	5,7 m-en
Felszerelés	1,859 MT a gerinc felett	12,8 m-en

A hajó üres súlyának *KG* értékének kiszámításához a legjobb megoldás a táblázatos számítás.

	Tömeg	*z*	*Nyomaték*
Vasszerkezet	4.402	7,7	33.895,4

Gépberendezés	889	5,7	5.067,3
Felszerelés	1.859	12.8	23.795,2
Üres hajó	7.150		62.757,9

A táblázatban a nyomatékok a tömegek és magassági koordináták szorzatai. A nyomatékok összege az üres hajó tömegének és súlypontmagasságának szorzata a gerinc felett. A tömegek összege nyilvánvalóan az üres hajó teljes tömege. Tehát

Az üres hajó tömege = 7.150 MT

A rendszersúlypont magassága a gerinc felett

KG = 62.757,9 MTm / 7.150 MT = 8,78 m

Legyen bármilyen nagy a súly- vagy tömegösszetevők száma, a teljes súly vagy tömeg és rendszersúlypontnak a gerinc feletti magassága ugyanígy számítható ki. Valójában a példában megadott súlycsoportok értékét és súlypontmagasságát ugyanilyen számítással határozták meg az egyes csoportok összetevőiből (néha több száz vagy több ezer tétel). Az üres hajó súlya huzamosabb ideig nem változik, kivéve, ha a hajón olyan átalakításokat végeznek el, amelyek az üres hajó összetételét módosítják. Emiatt a rakott hajó vízkiszorításának és KG értékének kiszámításakor az üres hajó vízkiszorítását és súlypontmagasságát állandóként kezelik.

Ezzel szemben a hajó által szállított súlytételek jelentősen változhatnak, és ez befolyásolja a hajó stabilitását. Az üzemanyagot és az ivóvizet folyamatosan elfogyasztják, a rakomány pedig minden járat estében más és más, ugyanakkor azonban vannak olyan súlytételek, mint a legénység és az ellátmány, amely szinte mindig ugyanannyiak. A hajó szolgálatos tisztjének feladata, hogy a rakományra és a stabilitásra vonatkozó számításokat elvégezze, és úgy tervezze meg a rakodást, hogy a teljes út során a hajó rendelkezzék a szükséges stabilitással. Ebben a feladatában a hajótervező azzal segíti, hogy *rakodási tervet* és *trim és stabilitási könyvet* állít össze a hajó üzemeltetői számára, amely a hajó felszerelését alkotja. Többek között ezek a dokumentumok táblázatos és rajzos formában tartalmazzák a hajó összes vízmentes terét, a tankokat és azokat a tereket, amelyek a rakomány elhelyezésére szolgálnak. Az egyes terek jellemzői fel vannak tüntetve, így nevük, elhelyezésük és köbözési adataik, pl. térfogatuk, valamint a tér súlypontjának magassági és hosszirányú koordinátája. Ezeknek a segédleteknek a használatával és az adott járaton berakodásra váró rakomány ismeretében a hajós tiszt az egyes súlyösszetevőket besorolja a megfelelő kategóriákba, megtervezi, hova kell elhelyezni az egyes tételeket, és kiszámítja a súlyra és súlypontmagasságra vonatkozó eredő értékeket (súly vagy tömeg, KG, LCG a trimhez, stb.) a rakott hajóra érvényesen. A rakomány-jellegű tételek legfontosabb kategóriái a következők.

- *Rakomány* – hasznos terhelésnek vagy „fizető árunak” is nevezik (deadweight, „payload”). A kategóriának több alkategóriája van, pl. általános szárazáru, folyékony rakomány, konténer-rakomány, hűtött áru, stb., ami a hajó típusától függ.
- *Üzemanyag.*
- *Ivóvíz.*
- *Ballasztvíz (tengervíz)* – ez változó mennyiségű, és csak olyankor veszik fel, amikor a hajó annyira kevés rakománnyal közlekedik, hogy nagyobb merülésre van

szükség. Egyes hajótípusoknál el nem távolítható fix ballaszt is előfordul a megfelelő stabilitás biztosításához, de az beleszámít az üres hajó súlyába.
- *Legénység és holmija.*
- *Ellátmány.*

A listában szereplő tételek együttesen helyesen *teljes hasznos terhelés* néven ismeretesek *(total deadweight).* A teljes hasznos terhelést úgy is definiálhatjuk, mint a rakott hajó vízkiszorításának és az üres hajó vízkiszorításának különbségét, akár súlyban, akár tömegben. Helytelen egyszerűen hasznos terhelésnek nevezni, mert az kizárólag a megbízásra díj ellenében szállított rakomány.

A metacentrikus magasság kiszámítása
A metacentikus magasságot a hajó minden rakodási állapotánál tudni kell kiszámítani. A *KG* rendszersúlypont meghatározása ennek során meglehetősen nagy munka, a *KM* értéke azonban az üzemben levő hajónál egyszerűen leolvasható a jellemző görbékről az adott vízkiszorításhoz és merüléshez. A jellemző görbék megszerkesztéséről a hajó tervezése során a továbbiakban még többet fogunk megtudni.

A rakodási állapotban történt változás hatása a stabilitásra
A különálló súlyösszetevőkből álló rendszer egyes elemeinek nyomatéka és a teljes rendszer nyomatéka között fennálló kapcsolat egyik következménye, hogy ha bármelyik súlyösszetevőt elmozdítjuk, újat hozzáadunk vagy valamelyik tételt kiemeljük a rendszerből, amely addig egyensúlyi állapotban volt, az egyensúly megbomlik, és a rendszer új egyensúlyi állapotot fog felvenni. Ha a *rakományt átrendezik* vagy bármelyik súlyelemet elmozdítják, további rakományt vesznek fel vagy a rakomány egy részét kirakják a hajóból, valamilyen változás *szükségszerűen* be fog következni a hajó súlyában vagy a *G* súlypont helyzetében, esetleg mindkettőben, amint a hajó visszanyeri egyensúlyát az új rakodási állapotban.
Egy súlyösszetevő elmozdítása azt okozza, hogy a teljes rendszer súlypontja a súlyelmozdítással párhuzamos irányban elmozdul, miközben a hajó vízkiszorításában nincs változás. A *G* elmozdulásának mértéke akkora lesz, hogy a hajó súlyáthelyeződésének nyomatéka megegyezzen az elmozdított súly áthelyezésének nyomatékával.

$$\Delta \times GG' = w \times d$$

$$GG' = wd/\Delta$$

ahol w = az elmozdított tétel súlya (vagy tömege)
d = a tétel elmozdításának távolsága
Δ = a hajó súlya vagy tömege (Beleértve a w tételt)
GG' = a hajó G súlypontjának elmozdulása

A visszanyert egyensúlynak ez a kifejezése érvényes a súlyelem bármelyik irányban történő elmozdítására. A *G* elmozdulásának iránya mindig párhuzamos a „*d*” irányával és azzal megegyező értelmű. Most azonban csak a függőleges elmozdulást vizsgáljuk. Nem hagyhatjuk azonban figyelmen kívül, hogy ez a kifejezés kísértetiesen hasonlít arra az egyenlőségre, amely a hajó vízbemerült térfogatának súlypont-elmozdulását fejezi ki a kis térfogatú vízkiszorítás-változás hatására.

Példa
Tengervízben egy hajó merülése 21'6" (21 láb és 6 hüvelyk). A jellemző görbékből kivett vízkiszorítás ennél a merülésnél 13.620 long ton, a *KM* értéke 30,6 láb. A *KG* 28,3 láb értékű. Egy 220 tonna (long ton) súlyú fedélzeti rakományt a fedélzetről letesznek az alsó raktérbe, amely 28 láb elmozdulást jelent lefelé. Számítsuk ki a merülést, vízkiszorítást, illetve a *KG* és *GM* értékét az átrakodás után.

$GG' = wd/\Delta$ = (220 x 28) / 13.620 = 0,45 láb lefelé

KG = 28,30 - 0,45 = 27,85 láb

Mivel nem történt be- vagy kirakodás, a merülés, vízkiszorítás és a *KM* értéke változatlan maradt. A metacentrikus magasság tehát az átrakodás után

$GM = KM - KG$ = 30,60 – 27,85 = 2,75 láb

Egy adott súlyú áru berakodása vagy kirakodása változást idéz elő a *KG* értékében is, nemcsak a vízkiszorításban. Tehát emiatt változni fog a merülés és a *KM* értéke is. Amikor azonban egyetlen tételt berakodunk vagy kirakodunk, akkor is ugyanazt az egyenlőséget használhatjuk fel a *G* elmozdulására a következő értelmezésben:
- Δ a hajó vízkiszorítása a súlyösszetevő be- vagy kirakodása *után*,
- *d* a függőleges távolság a *G* eredeti helyzete és a be- vagy kirakott súlyösszetevő súlypontja között,
- a *G* mozgása hozzáadott súlynál a súly *felé*, kirakott súlynál pedig a súllyal *ellenkező irányban* történik.

Példa
Az előző példa szerinti teherhajó az ott leírt árumozgatás után felvesz egy 640 long ton súlyú rakományt a fedélzetére 40,5 láb magasan a gerinc felett. Mennyi lesz most a *KG* értéke?

w = 640 long ton
d = 40,5 – 27,85 = 12,65 láb (a súly a *G felett* van)
Δ = 13.620 + 640 = 14.260 long ton (a súly berakása *után*)

GG' = 640 x 12.65 / 14.260 = 0,57 láb *felfelé*

Tehát a *G* elmozdulása felfelé, a hozzáadott súly *felé* történt. A végső *KG* érték

KG = 27,85 + 0,57 = 28,42 láb

A *G* súlypont be- vagy kirakodás utáni eltolódásának a példában is bemutatott kiszámításánál nem tanácsos egynél több súlyt figyelembe venni. Egyetlen súlynál egyébként nem ez az egyetlen eljárás. Célszerű az általános, valamennyi súlyösszetevőt figyelembe vevő $KG = (\Sigma (w_i \times z_i)) / \Delta$ összefüggést alkalmazni.

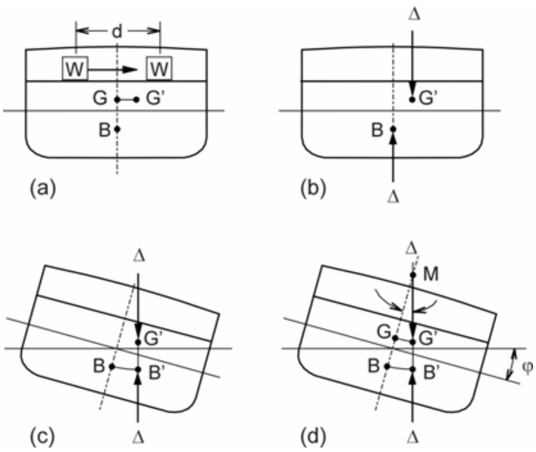
Példa

Ismételjük meg az előző számítást az általános formulával. Táblázatos alakban:

	Súly	*KG*	*Nyomaték*
Hajó rakodás előtt	13.620	27,85	379.317
Berakott áru	640	40,5	25.920
Megrakott hajó	14.260		405.237

Rakott állapotban a *KG* = 405.237/ 14.260 = 28,42 láb

A táblázat kibővíthető bármilyen számú súlyösszetevőre. A kirakott súlyok negatív előjellel szerepelnek.



2.3.2.2.1.1.6 ábra Súly oldalirányú mozgásának hatása

A hossz-szimmetria tengelytől bizonyos távolságra levő súlyok hatása

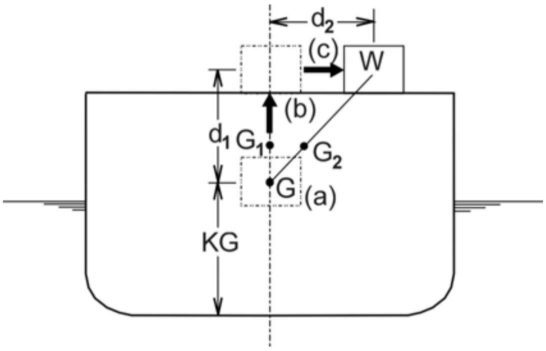
Ha egy hajón, amely stabil egyensúlyi állapotban van és egyenes úszási helyzetben, egy súlyösszetevőt vízszintesen oldalirányban elmozdítunk, a hajó súlypontja a $GG' = wd/\Delta$ egyenlőség értelmében szintén oldalirányban fog elmozdulni a formula szerinti mértékben. A súlypont elmozdulása oldalirányban nem okoz változást a metacentrikus magasság értékében úgy, ahogy az a függőleges elmozdulásnál történik. Azonban nyilvánvaló, hogy az egyensúlyban levő rendszerben változás történt, ezért a hajónak reagálnia kell erre, hogy visszanyerje az egyensúlyt. A 2.3.2.2.1.1.6 ábra mutatja, hogyan történik ez.

A *súly oldalirányú elmozdítása* a hajó rendszersúlypontjának elmozdulását okozza a hossz-szimmetria síkra merőlegesen *G* pontból *G*' pontba (a). A súlypont elmozdulásának mértéke $GG' = wd/\Delta$. Ez megbontja a hajó egyensúlyát, amint a (b) ábrán látható. A hajó reakciója az, hogy megdől egy olyan φ szögben, hogy a vízkiszorítás súlypontja elmozduljon *B*' helyzetbe, függőlegesen a *G*' pont alá (c). Mindaddig, amíg ez a dőlésszög kicsi, legfeljebb kb. 10 fok, a vízkiszorítás súlypontja által leírt pálya körívnek felel meg, amint korábban láttuk a metacentrikus sugár vizsgálatánál.

Ilyenkor a felhajtóerő hatásvonala átmegy a metacentrumon, amint a (d) ábra mutatja, a *B*'*G*'*M* vonal pedig függőleges egyenes. A (d) szerint a dőlésszög felírható, mint

$\tan\varphi = GG'/GM = wd/(\Delta\ GM)$ [a φ kicsi]

Ez a formula arra használható, hogy meghatározzuk a hajón oldalirányban elmozdított súlyok által okozott megdőlés mértékét, de arra az esetre is alkalmazható, amikor úgy rakodnak árut a hajóra fel van onnan le, hogy azok helye nem a hossz-szimmetria síkban van, amennyiben a be- vagy kirakott súlyok hatását a vízkiszorításra (Δ), a KG, KM és GM értékére azt megelőzően kiszámítjuk, mielőtt a fenti egyenlőséget megoldanánk. Azaz az egyenletben levő Δ és GM érték a hajónak arra az állapotára vonatkozik, amikor a rakodás befejeződött.



2.3.2.2.1.1.7 ábra Excentrikus rakodás

Példa

A 2.3.2.2.1.1.7 ábrán látható hajó vízkiszorítása 28.000 long ton, a súlypont és a metacentrum magassága KG = 36,0 láb, KM = 42,0 láb. Egy 360 long ton súlyú árut raknak be a fedélzetre 62 láb magasságban a gerinc felett és 21 láb távolságra a hossz-szimmetria síktól. Határozzuk meg azt a dőlésszöget, amelyet az excentrikusan berakott súly okoz, annak feltételezésével, hogy a súly berakása nem okoz változást a KM értékében (a merülés nem változik észrevehetően).

Az ábra úgy szemlélteti a berakodási műveletet, mintha a súlyt az eredeti súlypontba tették volna (a), majd a (b) szerint felemelték volna d_1 távolsággal a gerinc felett 62 láb magasra, végül a (c) művelettel elmozdították volna jobbra d_2 távolsággal valódi helyzetébe.

(a) $\Delta = \Delta_{\text{eredeti}} + w$ = 28.000 + 360 = 28.360 long ton

(b) $GG_1 = wd_1/\Delta$ = 360 (62 – 36) / 28.360 = 0,33 láb (felfelé)
$KG_1 = KG + GG_1$ = 36,00 + 0,33 = 36,33 láb
$G_1M = KM - KG_1$ = 42,00 – 36,33 = 5,67 láb

(c) $\tan\varphi = wd_2/(\Delta\ G_1M)$ = 360 x 21 / (28,360 x 5,67) = 0,0470
φ = 2,69 fok

Sok tanulsága lehet ennek a példának. A KG_1 értékét táblázatos alakban is meghatározhattuk volna ismét. Az is látható, hogy a súlypont a hozzáadott súlyösszetevő irányában mozdult el; tehát a G_2 arra az egyenes szakaszra esik, amely G és w összekötője. Ezt számítással is lehet igazolni:

$G_1G_2 = wd_2/\Delta$ = 360x21/28.360 = 0,267 láb

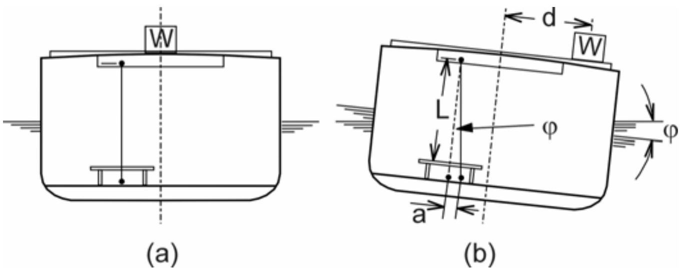
A GG_1G_2 mértanilag hasonló a hozzáadott súly három helyzete által alkotott háromszöghöz:

$$GG_1/G_1G_2 = 0{,}330/0{,}267 = 1{,}24$$

$$d_1/d_2 = 26/21 = 1{,}24$$

Tehát valóban a hozzáadott súly irányában mozdul el a rendszersúlypont.
Az oldalirányban elmozdított súlyok és a megdőlés szöge között megállapított összefüggés csak olyan kis dőlésszögekre érvényes, amikor a vízkiszorítás által keltett felhajtóerő hatásvonala a hajó megdőlése közben a metacentrumon megy keresztül. Egészen kis szögeknél, legfeljebb két fokig, az eredmények szinte egzakt pontosságúak. Ez teszi lehetővé, hogy az építés befejezése után a kész hajón el lehessen végezni egy rendkívül fontos kísérletet, és azzal meg lehessen határozni a hajó rendszersúlypontját.

A döntéspróba
Ez a kísérlet a döntéspróba, amelyet a *nemzeti osztályozó intézetek* és *nemzetközi hajóbiztonsági intézmények* előírnak minden személy- és áruszállító hajó esetében a hajó elkészülése után az üres hajó súlyának (vízkiszorításának) és rendszersúlypontjának meghatározására.



2.3.2.2.1.1.8 ábra Döntéspróba

Az egyenlőséget tehát úgy alakítjuk át, hogy a GM legyen kifejezve:

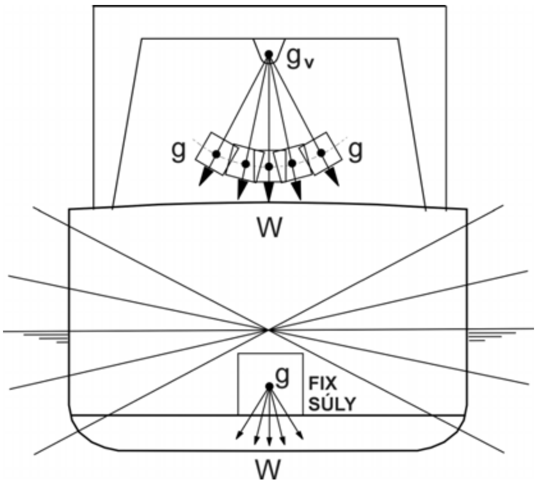
$$GM = wd\,/\,\Delta\,\tan\varphi$$

Az egyenlőség neve ebben az alakban *döntéspróba formula.* A döntéspróba szükségessé teszi, hogy a hajón az ábra szerint a szimmetriasíkban elhelyezzenek egy speciális súlyt (w), amelyet *döntéspróba súlynak* neveznek, és az el legyen mozdítva tökéletesen keresztirányban (a hajó hossz-szimmetria síkjára merőlegesen) egy pontosan mért távolságra (d) a középsíktól, ami lehetővé teszi, hogy a hajó megdőljön és megdőlt állapotában új egyensúlyi helyzetet vegyen fel, majd meg lehessen mérni a dőlésszöget (φ), amilyen pontosan csak lehet.
A dőlésszög mérésére alkalmas legegyszerűbb eszköz az *inga*. Az inga nem más, mint a legősibb kőműves szerszám, a függőón. A függő súly a skála mentén mozog, amely egy zsámolyra helyezett deszka lineáris (metrikus vagy angolszász) beosztásokkal. A beosztásokat el lehet hagyni, és helyette üres papírt fektetni a deszkára, amelyen a döntéspróba egyes fázisaiban az inga kilengését be lehet jelölni (a), és később pontosan mérhető. Nagyon pontosan kell megmérni az inga hosszát (l) is a felfüggesztés pontjától a skáláig. Az inga és a skála egy háromszöget jelöl ki, amely a $GG'M$ háromszög megfelelője, ahhoz hasonló. Tehát a képlet: $\tan\varphi = a/l$.

A döntéspróba közben elvégzett merülés- és vízsűrűség-mérés a hajó pontos vízkiszorításának (Δ) meghatározását teszi lehetővé. A $GM = wd / \Delta \tan\varphi$ egyenlőséggel így meghatározott metacentrikus magasságot (GM) ”*döntéspróbai” metacentrikus magasságnak* hívják. Ezt levonják a „döntéspróbai” KM értékéből, amelyet a hajó geometriai adataiból megszerkesztett jellemző görbék és a mért merülés segítségével számítanak ki, így kapják meg a ”döntéspróbai” KG értékét. A döntéspróba hasonló módon rendszersúlypont hosszirányú helyzetének (LCG) meghatározására is alkalmas. Nem lehet eléggé hangsúlyozni az üres hajó vízkiszorításának, KG és LCG értékének pontos meghatározására precízen levezényelt döntéspróba fontosságát. Az így nyert adatok be vannak vezetve a hajó okmányaiba, elsősorban a trim és stabilitási könyvbe. Ezek alkotják azokat az alapadatokat, amelyeket a hajó szolgálatos tisztjei által végzett *stabilitási és trim-számításokhoz* kiindulási értékként felhasználnak a hajó egész üzemben tartása során. Tehát minden eszközt meg kell ragadni a hibák elkerülésére. Elfogadott gyakorlat például, hogy nem egyetlen ingát és súlyt használnak, hanem három ingát és számos súlyt, a méréseket pedig tucatszor is megismétlik mind a három ingával. A kapott nyomatékokat és tangens értékeket grafikusan átlagolják. Azon kívül, amiről itt nem esett szó, olyan korrekciókat is elvégeznek, mint pl. a vízkiszorítás helyesbítése a trimnek megfelelően, vagy a szél sebességének és irányának figyelembe vétele. Azt is meg kell említeni, hogy a csapatnak, amely a döntéspróbát végzi, gyakorlottnak, összeszokottnak és nagyon fegyelmezettnek kell lennie. Tilos a próba közben a személyzet minden mozgása, mivel az is befolyásolja az eredményeket.
A döntéspróbára vonatkozó eljárásokat és annak dokumentálását minden hatóság és nemzetközi intézmény saját hatáskörben szabályozza.

A szabadon függő súlyok hatása a stabilitásra

Eddigi számításaink során minden súlyösszetevőt, akár a hajó része volt, akár rakomány, úgy kezeltünk, mintha a teljes súlya annak súlypontjába lett volna koncentrálva. Amikor tehát a hajó megdőlt vagy merülése változott, feltételeztük, hogy a súlyösszetevő súlypontja a hajóhoz, mint referenciarendszerhez képest fix maradt.



2.3.2.2.1.1.9 ábra Szabadon lengő súly

Ezek a feltételezések a hajón levő legtöbb súly esetében helytállóak. Ha azonban a súlyösszetevők nincsenek rögzítve a hajóhoz, hanem a hajó mozgását követve ki tudnak lengeni, abból az következik, hogy a hajó rendszersúlypontja is változni fog a kilengéssel a már ismert $GG' = wd/\Delta$ egyenlőség szerint.
A legjobb példa egy ilyen súlyösszetevőre a rakománynak egy olyan egysége, amelyet a hajó saját darujával vagy árbocdarujával raknak be vagy ki. A 2.3.2.2.1.1.9 ábra mutatja, hogyan befolyásolja egy ilyen súly a hajó stabilitását egy rögzített súlyhoz képest.

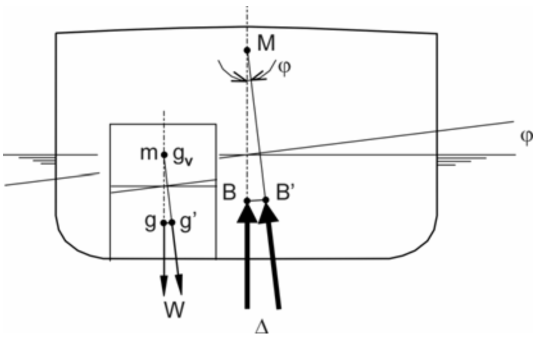
Az ábrán öt *dőlésszöget* láthatunk, egyikük egyenes úszást jelent, kettő jobbra, kettő balra való kitérést. A raktérben egy fix súly is látható, ugyanabban az öt dőléshelyzetben kialakuló súlyerő-hatásvonalakkal, amelyek mindegyike merőleges a vonatkozó vízvonalra. Mindegyik hatásvonal átmegy egy közös ponton a súly belsejében, és definíciónk szerint ez a pont a súlyösszetevő súlypontja. A súly súlypontja tehát fix helyzetben van a súly belsejében, de a hajóhoz képest is, mivel nem mozdul el, amikor a hajó megdől.
Az ábrán azonban látható a darun levő súly is, amely szabadon kilenghet. Ennek súlypontja is a saját körvonalain belül helyezkedik el, amint azonban a hajó megdől, a *függő teher* kimozdul, mivel a súlypont mindig függőlegesen a *felfüggesztési pont* alatt helyezkedik el. Tehát minden dőlésszög estén a súlyerő hatásvonala átmegy a felfüggesztési ponton, amely így a súly *virtuális súlypontja* (g_v) lesz mindaddig, amíg az függve marad. Tehát a függesztett súlynak a hajó stabilitására gyakorolt hatását úgy kell számolni, mintha a súlyösszetevő súlypontja fix lenne, de a felfüggesztési pontban. Mindegy, milyen hosszú a kötél, amelyen a súlyt megemelik, annak virtuális súlypontja mindig magasabban van a súlyösszetevő valóságos helyzeténél, tehát még tovább csökkenti a hajó stabilitását. A hajó súlypontjának elmozdulását a már ismert egyenlettel tudjuk kiszámítani, a súly helyéül azonban annak virtuális súlypontját, tehát a felfüggesztési pontot kell figyelembe venni.
A legtöbb rakománykezelő berendezés esetében figyelmen kívül lehet hagyni ezt a típusú számítást. Ennek oka, hogy a hajók szokásos fedélzeti rakodó-berendezéseinek teherbírása elhanyagolható a hajó vízkiszorításához képest, ezért a *GG*’ súlypont-elmozdulás jelentéktelen. Különleges esetekben azonban (pl. *úszódaruknál*) figyelemmel kell lenni a függő tehernek a stabilitásra gyakorolt hatására.

A szabad felülettel bíró folyadékok hatása a stabilitásra
Amint az előző vizsgálat is mutatta, a stabilitást negatívan érinti, ha olyan súlyösszetevők vannak a rendszerben (a hajó fedélzetén vagy tereiben), amelyek szabadon elmozdulhatnak a hajó úszás közbeni mozgásainak hatására. A közlekedő hajónál a leggyakoribb olyan *rakománytípus*, amely szabadon áthelyezheti súlypontját, a *szabad felületű folyadék*, amely nem tölti ki a rendelkezésre álló teret a tankban szállítás közben. A *nem teljesen megtöltött tankot* úgy nevezik, hogy *laza*, a folyadék pedig *szabad felszínnel* rendelkezik.
Mindegyik részleges töltésű tankban a folyadék az *alacsony oldalra* tódul, amikor a hajó megdől, ez a hajó rendszersúlypontját az alacsony oldal felé mozdítja el, ami tovább csökkenti a visszatérítő nyomaték karját. Ennek a csökkenésnek a meghatározása minden dőlésszögre és mindegyik tank minden lehetséges *töltési fokára* óriási számítási munka, amely a tankok geometriájára támaszkodik. Ugyanakkor a szabad felületnek a kis dőlésszögekre érvényes kezdeti stabilitásra (*GM*) gyakorolt hatása független a tankban levő folyadék mennyiségétől és a hajó dőlésszögétől mindaddig, amíg az kicsi.
Amint a 2.3.2.2.1.1.10 ábrán látható, amikor a hajó kis szögben megdől, a *kiemelkedő és bemerülő éktérfogat* között lezajló *vízkiszorítás-áthelyezés* azt okozza, hogy a vízkiszorítás *B* súlypontja elmozdul *B*’ pontba az alacsony oldalon, a Δ vízkiszorítás felfelé ható erejének hatásvonala pedig a keresztirányú stabilitás metacentrumán (*M*)

halad át. Amint a metacentrikus sugár definíciójánál láttuk, ezt a vízkiszorítás-áthelyeződést a következő egyenlet írja le:

$$BM = I_T / \nabla$$

Az ábrán folyadékkal részlegesen megtöltött tankon belül nyilvánvalóan végbe fog menni a teljes hajóval analóg ék-alakú térfogat-áthelyeződés, ahol kis dőlésszögnél a folyadék súlypontja a *gg*' pályát követi, a folyadék súlyerő hatásvonala pedig mindig átmegy az „*m*” ponton, a folyadék metacentrumán.



2.3.2.2.1.1.10 ábra Szabad folyadékfelszín hatása

A folyadék metacentruma ugyanolyan virtuális pont, mint a függő teher *virtuális súlypontja*, ezért jelölése gyakrabban g_v. Helyzetét a *metacentrikus sugár* kifejezésének analógiájával határozhatjuk meg.

$$gg_v = i_t / v$$

ahol gg_v = a tankban levő folyadék súlypontjának virtuális növekedése
i_t = a tankban levő folyadék felületének keresztirányú inercianyomaték
v = a tankban levő folyadék térfogata

A szabad-felület korrekció

A folyadék súlypontjának virtuális emelkedése hozza létre a (virtuális) *szabad-felület nyomatékot*, amely egyenlő a tankban levő folyadék súlyának (*w*) és a *virtuális súlypontemelkedésnek* (gg_v) a szorzatával. Ennek a nyomatéknak a hatását a hajó stabilitására mindenképpen meg kell határozni. Ha egy súlyösszetevő valóban feljebb kerül, és a nyomaték nagysága *w* x *d* értékű, a hajó rendszersúlypontjának felfelé történő elmozdulása $GG' = wd/\Delta$ nagyságú lesz. Hasonló módon a folyadék virtuális súlypontemelkedése virtuális emelkedést okoz a hajó súlypontjánál, amelynek új helye G_v, számítása pedig a következő:

$$GG_v = w\, gg_v / \Delta = w\, (i_t/v) / \Delta$$

A képletben a folyadéknak mind a súlya, mind a térfogata szerepel, ezért a *w*/*v* helyett a tankban levő folyadék fajsúlyát használhatjuk ($\rho_t g$), vagy annak reciprok értékét, a fajtérfogatot (δ_t) a *v*/*w* helyett, azaz:

$$GG_v = \rho_t\, g\, i_t / \Delta = (i_t/\delta_t) / \Delta$$

Ez a forma előnyös az amerikai mértékegységek használatánál, amikor a vízkiszorítás súlya ($\varDelta$) szerepel. Az SI rendszerben a vízkiszorítás tömegként van figyelembe véve, ezért célszerűbb a következő alak

$$GG_v = \rho_t i_t / \varDelta_m$$

A két mértékrendszerben egyaránt használható alakot kapunk, ha figyelembe vesszük, hogy $\varDelta = \rho_S g \nabla$ tengervíznél és $\varDelta = \rho_F g \nabla$ édesvíznél, a δ_S (vagy δ_F) pedig a víz fajtérfogata

$$GG_v = (i_t/\nabla)(\delta_S/\delta_t) = (i_t/\nabla)(\rho_t/\rho_S)$$

A *tank inercianyomatéka* (i_t) a fenti elemzés során a tankban levő folyadék felületének keresztirányú inercianyomatékát jelenti. Ha egy tank felülnézetben téglalapalakú, annak inercianyomatéka

$$i_t = lb^3/12 \text{ láb}^4 \text{ vagy m}^4$$

ahol l = a tank hossza (hajóhossz mentén mért mérete), láb vagy m
b = a tank szélessége (keresztirányú mérete), láb vagy m

A hajótest görbült részén elhelyezett tankok esetében az i_t értékét numerikus integrálással határozhatjuk meg. A hajók okmányai között kell, hogy legyen olyan segédlet, amely a hajó összes tankjának inercianyomatékát vagy szabad-felület nyomatékát táblázatos formában közli, hogy a hajó tisztjeinek munkáját megkönnyítse. Ha a hajón több tankban is szabad felület fordul elő, a hajó teljes súlypont-áthelyeződése (GG_v) egyszerűen az egyes tankok által okozott súlypontmozgás összege. Mivel a vízkiszorítás nem változik, a teljes GG_v számítása legegyszerűbben úgy végezhető el, ha az egyes tankok szabad-felület nyomatékát összegezzük, és az összeget osztjuk el a vízkiszorítással. Tehát:

Teljes $GG_v = \Sigma(i_t/\delta_t) / \varDelta$ amerikai mértékegységeknél

Teljes $GG_v = \Sigma(\rho_t i_t) / \varDelta_m$ SI mértékegységeknél

A gyakorlatban az összegzés csak azt jelenti, hogy a hajós tiszt az adott rakodási állapotban laza tankok figyelembe vételével a táblázatban található nyomatékok értékét adja össze.

Példa
Határozzuk meg a szabad-felszín hatást egy 18.000 long ton vízkiszorítású hajónál tengervízben, vagyis a hajó rendszersúlypontjának virtuális mozgását felfelé, amelyet az alábbi tankokban levő folyadékok okoznak.
(a) Tengervíz ballasztot, a tank hossza 60 láb, szélessége 20 láb.
(b) U.a., mint (a) kivéve, hogy a tank hossza 20 és szélessége 60 láb.

(a) $i_t = lb^3/12 = 60 \times 20^3 / 12 = 40.000$ láb^4

Amerikai mértékegységek használatánál $\delta_t = 35$ láb^3/long ton, mivel a ballaszt tengervíz.

$GG_v = (i_t/\delta_t) / \Delta = (40.000/35) / 18.000 = 0{,}063$ láb

(b) $i_t = 20 \times 60^3 / 12 = 360.000$ láb^4

$GG_v = (360.000/35) / 18.000 = 0{,}571$ láb

Ami azonnal feltűnik, a hatalmas különbség a kisebb és nagyobb szélességű tank inercianyomatéka és az okozott súlypont-eltolódás között. Ha csak néhány ilyen nagyobb szélességű tank van a hajón, az könnyen instabillá teheti, és veszélyessé válhat. A széles tankokat el kell kerülni a hajókon. Ez az oka, hogy a *tankhajók rakomány-tankjai* és a többi hajónál is *kettősfenék-tankok* két, három, vagy akár négy részre vannak felosztva *hossz-válaszfalakkal*.

Példa
Határozzuk meg a szabad-felszín hatást egy 25.000 MT vízkiszorítású hajónál tengervízben, vagyis a hajó rendszersúlypontjának virtuális mozgását felfelé az *ivóvíz tank* esetében, a tank hossza 5 m, szélessége 3 m.

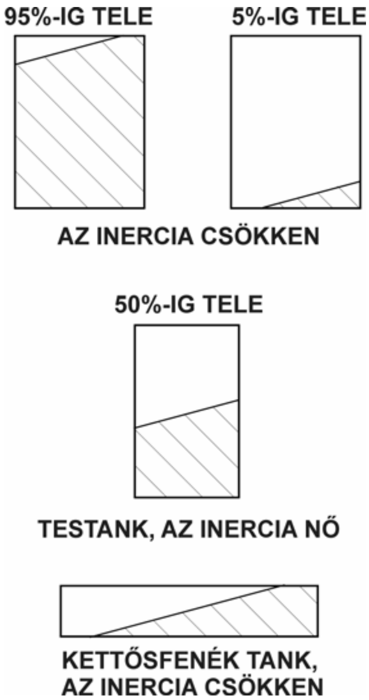
$i_t = 5 \times 3^3 /12 = 11{,}25$ m^4

$\rho_t = 1{,}000$ MT/m^3

$GG_v = \rho_t i_t / \Delta_m = 1{,}000 \times 11.25 / 25.000 = 0{,}00045$ m

Az ilyen kis tank szabad felülete elhanyagolhatóan kis hatást gyakorol a hajó stabilitására. Ez az oka annak, hogy az olyan tankokat, amelyekből fogyasztás történik, így rendszerint csak részben vannak töltve, mint pl. az ivóvíztankok, olajülepítő tankok, mindig nagyon keskenyre építik.

A sarokfogás hatása. A szabad felszín hatása a hajó stabilitására addig követi a felvázolt sémát, amíg a tankban levő folyadék súlypontjának pályája körív, amint azt a 2.3.2.2.1.1.10 ábra mutatja. Csak akkor létezik fix helye a folyadék virtuális súlypontjának (g_v). A körív pálya azonban nemcsak a kis dőlésszögekre korlátozódik, hanem akkor sem érvényes többé, ha a folyadék felszíne, amelynek a tank oldalán kell fel- és lefelé mozognia, *sarkot fog* a *tankfedélen* vagy *fenéken*. A 2.3.2.2.1.1.11 ábra mutatja a sarokfogás esetét különböző tankoknál. A stabilitásban bekövetkező változások függnek a tank alakjától, főként annak mélység-szélesség viszonyszámától, valamint a tank töltési fokától. Az ábra jól szemlélteti, hogy minden tank, amely majdnem tele van, vagy majdnem üres, már kis dőlésnél is sarkot fog. Ha a folyadék a tankban sem a tanktetőhöz, sem a fenékhez nincs közel, csak akkor éri el a sarkot a felszín kis dőlésszögnél, ha nagyon kicsi a magassága a szélességéhez képest (mint pl. egy tank a kettősfenékben). A szokásos tank félig töltve nem fog sarkot fogni a szokásos megdőlések esetén.



2.3.2.2.1.1.11 ábra Szabad felület sarokfogása 15 foknál

Sarokfogás esetében igen nagy számítási munkát igényelne, ha pontosan meg akarnánk határozni, hogyan befolyásolja a szabad felületek megléte a stabilitást, és ezt minden tankra és töltési fokra el kellene végezni. Ilyen számításokra csak nagyon ritkán kerül sor, amikor indokolt. A tervezőirodában azonban gyakran végeznek közelítő számításokat, és azok is bekerülnek a *trim- és stabilitási könyvbe*. A közelítés feltételezett csökkentett szabad-felület nyomaték formáját ölti tankonként. Az üzemanyagot és *olajrakományt* tartalmazó tankokat soha nem lehet teljesen tele tölteni, csak 95-98%-ig, mert a *hő-tágulás* miatt az olaj kifolyna a szellőzőcsövön. Három lehetőséget kell tehát figyelembe venni a tankok szabad felületének hatásánál.

1. Tele van töltve vagy üres, ilyenkor $i_t/\delta_t = 0$, mivel nincs szabad felszín. A ballaszt-tankokat általában teletöltik, mivel a víz *dilatációja* elhanyagolható.
2. „Tele” van töltve olajjal, ami normális esetben 95-98% töltést jelent, ebben az esetben az i_t/δ_t szabad-felszín nyomaték táblázatos értékét csökkentve veszik figyelembe.
3. Laza, vagyis az 1. és 2. pont közötti állapot áll fenn, ilyenkor a táblázatban található i_t/δ_t értéket veszik alapul. Normál esetben az összes tankot lazaként kezelik.

A 10 foknál nagyobb dőlésszögek esetén a kezdeti stabilitásra alkalmazható közelítések már komoly hibát okoznak, ezért ott pontosabb számításokra van szükség.